少年中國

THE JOURNAL OF THE YOUNG CHINA ASSOCIATION

相對論號

中華民國郵務局特准掛號認為新聞紙類

第三卷第七期

少年中國學會出版
民國十一年二月一日發行
上海亞東圖書館

本會響應非宗教同盟之通電

北京晨報轉非宗教大同盟，幷轉全國各報館，各學校，各團體，各界同胞，各國同志均鑒：二十世紀，科學昌明，宗教勢力，何能存在？本會宗旨係「本科學的精神」對於此非科學的而滿帶迷信臭味之宗教，自在反對之列，非宗教大同盟登高一呼，誓破迷毒，本會聞之，不勝欣喜，自當力盡棉薄，誓爲後盾，以期障霧掃盡，文化昌明，尙祈國內外各同志，一致奮起，共圖進行，無任盼禱。少年中國學會個。

安斯坦先生像

寄安斯坦的信

狠可尊敬的大學教授博士先生安斯坦！　你的相對論，他在中國，也狠惹起一般人的注意。有許多學會或團體，他們都發出專號，來討論這個問題。譬如少年中國學會，他就是那些學術團體中的一個。現在他的會員，也狠想將他們研究的心得，在他們的月刊上發刊。他們狠重視這件事，所以他們特請你給他們一個許可，而且，假如你願意，更請你給他們一張像片。

你狠服從的魏嗣鑾。二五，八，二一。

安斯坦的回信

狠可尊敬的數理科大學生先生魏嗣鑾！　你的信，我已收到了，我狠感謝你。你們要出相對論的專號，我對於這件事，異常喜歡，而且，我狠願意給你們的許可。我的像片，是夾在信中的，請你們收納。

你狠恭敬的安斯坦。五，九，二一。

相對論

魏嗣鑾

序

相對論在科學上的重要，國內的學者，已經說得狠詳盡了，所以我不再說。我所欲說的，祇是相對論所指示我們治學的途徑。

大凡一種科學，當他造端的時候，總怕他不入軌道。及其既入軌道的時候，又怕他墮入成見。成見一旦深了，往往有許多事物，自無成見的人看來，本狠容易解決。但自有成見的人看來，却便惹出許多轇轕。因此科學，也大受阻礙。

舊日的電動學，(一)便是如此。時間的概念是相對的，這件事，本是極容易了解的。無如奈端以來，所有的科學家，都認他爲絕對的，這便是一種成見。因此，電動學上，就生出許多困難的事實，與矛盾的理論。

安斯坦的功勞，就在取消這種成見。這種成見取消以後，從前的事實，以爲係極困難的，自現在看來，却是狠容易。從前的理論，以爲係極矛盾的，自現在看來，却是狠諧合。所以歐洲的科學家，自得「相對」論以後，如負重的人釋了重負，如嗜酒的人得着醇酒。

絕對時間的概念，祇是歐洲科學界中成見之一。歐洲科學界中，還有成見沒有？這是一個狠重要的問題。或許沒有了，或許還有，或許竟自還有許多，總之這是一件不可知的事。

我們所可知的，祇是我們中國的科學，還極幼稚，還無成見。以我們無成見的眼光，去觀察他們有成見的科學，我們相信，我們尋找他們的破綻，比較他們自身，要容易些。因此，假使我們誠實的，努力的，將他們的成績，分別的，批判的，輸入進來，我們相信，我們的進步，一定狠快，而且，比他們還快。俗諺說得好，『後來者居上，』凡事大概如此，在科學上，何獨不然。

相對論上通俗的解說，國內已狠多了。所以本篇一切解釋，稍稍嚴格一點。

本篇科學上的術語，其譯名多得張君崧年之助，我在此地特別申謝。

(一) 電動學，德名 Elektrodynamik

章目如后

第一章 相對原理在舊力學上的意義

凡欲記錄一種運動，必須先定一個座標系。(一)今有兩個座標系，其第一個命為K，他的位置，在空間，係固定的。其第二個命為K'，他的位置，在空間，係移動的。

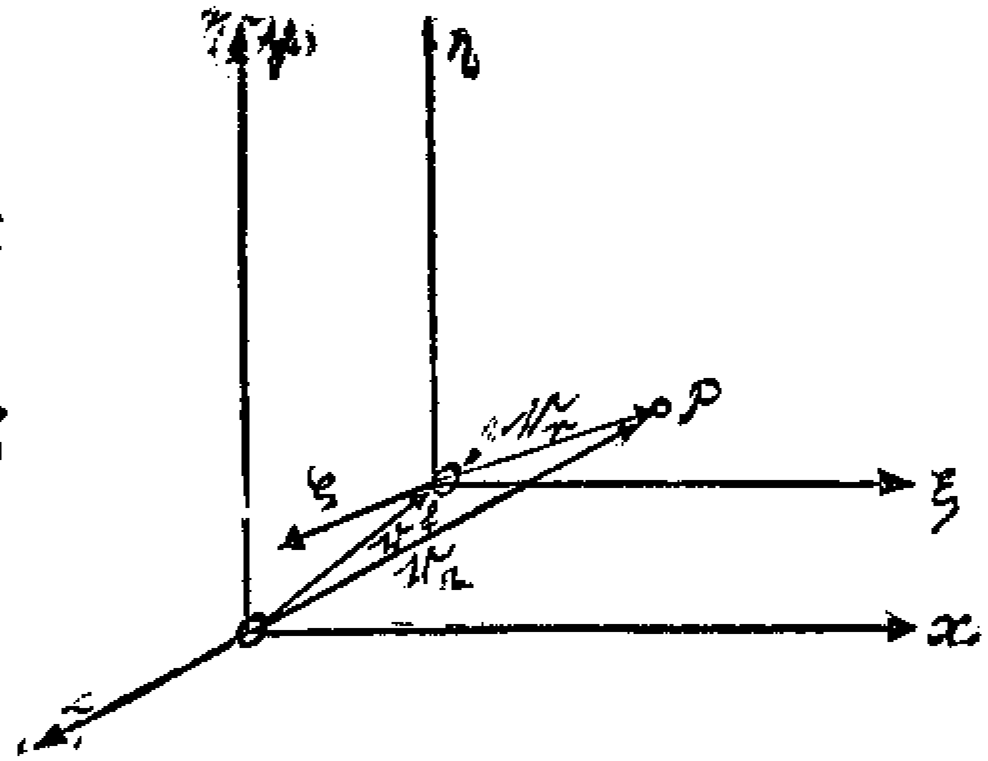
又有一個物體，他在空間移動，我們命為P。P在空間的位置，對K而言，我們可命為 (x, y, z) 對K'而言，我們可命為 (ξ,η,ζ) 如此，則P在空間的速度，對K而言，當為 $\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right)$ 對K'而言，當為 $\left(\frac{d\xi}{dt}, \frac{d\eta}{dt}, \frac{d\zeta}{dt}\right)$。P在空間的加速度，對K而言，當為 $\left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2}\right)$ 對K'而言，當為 $\left(\frac{d^2\xi}{dt^2}, \frac{d^2\eta}{dt^2}, \frac{d^2\zeta}{dt^2}\right)$。

K'對於K，既係移動的，但移動的形式，種類狠多，我們為便利起見，祇討論兩種移動，一為平進移動，一為旋轉移動。

何謂平進移動？(二)當K'移動時，假設他的各軸 (ξ,η,ζ) 與K的各軸 (x,y,z)，其位置常為平行的，如此，我們便命K'的

移動爲平進移動。

第一圖



(一)座標系,德名 Koordinatensystem。此譯本不甚決,惟習用已久,故仍其舊。

(二)平進移動,德名 Translation。譯爲『平』者,所以表示各軸相互平行的意義。譯爲『進』者,所以表示各軸徒有前進而無旋轉的意義。

據第一圖,可得下式:

$$\mathfrak{r}_a = \mathfrak{r}_f + \mathfrak{r}_r \quad \cdots\cdots(1)$$

在此等式中　$\mathfrak{r}_a$ 爲由O到P的方向量(三)

$\mathfrak{r}_f$ 爲由O到O'的方向量

$\mathfrak{r}_r$ 爲由O'到P的方向量

若將等式(1)析爲分量,(四)則可得下式:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_f + \xi \\ y &= y_f + \eta \\ z &= z_f + \zeta \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(2)$$

在此等式中　(x,y,z) 爲 $\mathfrak{r}_a$ 的分量

(ξ,η,ζ) 爲 $\mathfrak{r}_r$ 的分量

(x_f,y_f,z_f) 爲 $\mathfrak{r}_f$ 的分量

故等式(1)的意義,即謂:某物體P,他對於K的座標,爲由別樣兩種座標相加而成。其第一即他對於K'的座標,其第二即K'的座標起點,(五)對於K的座標。

假使我們將等式(2)在時間上微分之,則可得下式:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{dx_f}{dt} + \frac{d\xi}{dt} \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{dy_f}{dt} + \frac{d\eta}{dt} \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{dz_f}{dt} + \frac{d\zeta}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(3)$$

(三)方向量，德名 Vector。謂爲『方向』者，所以表示其有一定方向的意義。謂爲『量者』，所以表示其有一定大小的意義。

(四)分量，德名 Komponente。凡方向量，皆可析爲三分。因每分皆由方向量分析而成，故曰『分』。因每分亦有大小，故亦言『量』。

(五)座標起點，德名 Koordinatenanfangspunkt。

在此等式中，$\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right)$ 可命爲絕對速度，(六)

因爲K不動的原故。

$\left(\frac{d\xi}{dt}, \frac{d\eta}{dt}, \frac{d\zeta}{dt}\right)$ 可命爲相對速度，(七)

因爲K'移動的原故。

$\left(\frac{dx_f}{dt}, \frac{dy_f}{dt}, \frac{dx_f}{dt}\right)$ 可命爲引導速度。(八)

因爲P若在K'上不動，(即謂P爲K'所引導)則P對於K的速度，即引導速度。

若將等式(3)簡寫，則可得下式：

$$\boxed{\mathfrak{w}_a = \mathfrak{w}_f + \mathfrak{w}_r} \quad \cdots\cdots(4)$$

此等式的意義，即謂：絕對速度，爲由相對速度與引導速度，相加而成。假使我們將等式(3)更在時間上微分之，則可得下式：

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{d^2x_f}{dt^2} + \frac{d^2\xi}{dt^2} \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{d^2y_f}{dt^2} + \frac{d^2\eta}{dt^2} \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= \frac{d^2z_f}{dt^2} + \frac{d^2\zeta}{dt^2} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(5)$$

在此等式中 $\left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2}\right)$ 爲絕對加速度。

$\left(\frac{d^2\xi}{dt^2}, \frac{d^2\eta}{dt^2}, \frac{d^2\zeta}{dt^2}\right)$ 爲相對加速度。

$\left(\frac{d^2x_f}{dt^2}, \frac{d^2y_f}{dt^2}, \frac{d^2z_f}{dt^2}\right)$ 爲引導加速度。

若將等式(5)簡寫，則可得下式：

$$\boxed{b_a = b_f + b_r} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

(六)絕對速度稱名 Absolute Geschwindigkeit

(七)相對速度稱名 Relative Geschwindigkeit

(八)引導速度稱名 Führungsgeschwindigkeit

此等式的意義，即謂絕對加速度爲由相對加速度與引導加速度相加而成。上面論的是平進移動，下面再說旋轉移動。

何謂旋轉移動？當K'移動時，假使他的各軸 (ξ, η, ζ) 與K的各軸 (x, y, z) 其位置不是平行的，如此，我們便命K'的移動爲旋轉移動。

我們爲便利起見，若以K'的座標起點與K的座標起點相互重合，則可得下式：

$$\left.\begin{aligned} x &= \xi\cos\alpha_1 + \eta\cos\alpha_2 + \zeta\cos\alpha_3 \\ y &= \xi\cos\beta_1 + \eta\cos\beta_2 + \zeta\cos\beta_3 \\ z &= \xi\cos\gamma_1 + \eta\cos\gamma_2 + \zeta\cos\gamma_3 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots(7)$$

若將等式(7)在時間上微分之則得：

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \left(\frac{d\xi}{dt}\cos\alpha_1 + \frac{d\eta}{dt}\cos\alpha_2 + \frac{d\zeta}{dt}\cos\alpha_3\right) \\ &\quad + \left(\xi\frac{d\cos\alpha_1}{dt} + \eta\frac{d\cos\alpha_2}{dt} + \zeta\frac{d\cos\alpha_3}{dt}\right) \\ \frac{dy}{dt} &= \left(\frac{d\xi}{dt}\cos\beta_1 + \frac{d\eta}{dt}\cos\beta_2 + \frac{d\zeta}{dt}\cos\beta_3\right) \\ &\quad + \left(\xi\frac{d\cos\beta_1}{dt} + \eta\frac{d\cos\beta_2}{dt} + \zeta\frac{d\cos\beta_3}{dt}\right) \\ \frac{dz}{dt} &= \left(\frac{d\xi}{dt}\cos\gamma_1 + \frac{d\eta}{dt}\cos\gamma_2 + \frac{d\zeta}{dt}\cos\gamma_3\right) \\ &\quad + \left(\xi\frac{d\cos\gamma_1}{dt} + \eta\frac{d\cos\gamma_2}{dt} + \zeta\frac{d\cos\gamma_3}{dt}\right) \end{aligned}\right\} \cdots(8)$$

在此等式中

$\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right)$ 爲絕對速度的分量。

$\left(\frac{d\xi}{dt}\cos\alpha_1 + \frac{d\eta}{dt}\cos\alpha_2 + \frac{d\zeta}{dt}\cos\alpha_3, \cdots\right)$ 爲相對速度，對於K的分量。

$\left(\xi\frac{d\cos\alpha_1}{dt} + \eta\frac{d\cos\alpha_2}{dt} + \zeta\frac{d\cos\alpha_3}{dt}, \cdots\right)$ 爲引導速度，對於K的分量。

若將等式(8)簡寫，則可得下式：

$$\boxed{\mathfrak{f}_a = \mathfrak{f}_f + \mathfrak{f}_r} \cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

此等式的意義，即謂：絕。對。速。度，爲。由。相。對。速。度。與。引。導。速。度，相。加而成。

假使我們將等式(8)更在時間上微分之，則可得下式：

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d^2x}{dt^2} = & \left(\frac{d^2\xi}{dt^2}\cos\alpha_1 + \frac{d^2\eta}{dt^2}\cos\alpha_2 + \frac{d^2\zeta}{dt^2}\cos\alpha_3\right) \\
& +2\left(\frac{d\xi}{dt}\cdot\frac{d\cos\alpha_1}{dt} + \frac{d\eta}{dt}\cdot\frac{d\cos\alpha_2}{dt} + \frac{d\zeta}{dt}\cdot\frac{d\cos\alpha_3}{dt}\right) \\
& +\left(\xi\frac{d^2\cos\alpha_1}{dt^2} + \eta\frac{d^2\cos\alpha_2}{dt^2} + \zeta\frac{d^2\cos\alpha_3}{dt^2}\right) \\
\frac{d^2y}{dt^2} = & \left(\frac{d^2\xi}{dt^2}\cos\beta_1 + \frac{d^2\eta}{dt^2}\cos\beta_2 + \frac{d^2\zeta}{dt^2}\cos\beta_3\right) \\
& +2\left(\frac{d\xi}{dt}\cdot\frac{d\cos\beta_1}{dt} + \frac{d\eta}{dt}\cdot\frac{d\cos\beta_2}{dt} + \frac{d\zeta}{dt}\cdot\frac{d\cos\beta_3}{dt}\right) \\
& +\left(\xi\frac{d^2\cos\beta_1}{dt^2} + \eta\frac{d^2\cos\beta_2}{dt^2} + \zeta\frac{d^2\cos\beta_3}{dt^2}\right) \\
\frac{d^2z}{dt^2} = & \left(\frac{d^2\xi}{dt^2}\cos\gamma_1 + \frac{d^2\eta}{dt}\cos\gamma_2 + \frac{d^2\zeta}{dt^2}\cos\gamma_3\right) \\
& +2\left(\frac{d\xi}{dt}\frac{d\cos\gamma_1}{dt} + \frac{d\eta}{dt}\frac{d\cos\gamma_2}{dt} + \frac{d\zeta}{dt}\frac{d\cos\gamma_3}{dt}\right) \\
& +\left(\xi\frac{d^2\cos\gamma_1}{dt} + \eta\frac{d^2\cos\gamma_2}{dt^2} + \zeta\frac{d^2\cos\gamma_1}{dt^2}\right)
\end{aligned}\right\} \cdots(10)$$

在此等式中

$\left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2}\right)$爲絕對加速度的分量。

$\left(\frac{d^2\xi}{dt^2}\cos\alpha_1 + \frac{d^2\eta}{dt^2}\cos\alpha_2 + \frac{d^2\zeta}{dt^2}\cos\alpha_3,\cdots\right)$ 爲相對加速度對於K的分量。

$\left(\xi\frac{d^2\cos\alpha_1}{dt_2} + \eta\frac{d^2\cos\alpha_2}{dt} + \zeta\cdot\frac{d^2\cos\alpha_3}{dt},\cdots\cdots\right)$ 爲引導加速度對於K的分量。

$\left(\frac{d\xi}{dt}\cdot\frac{d\cos\alpha_1}{dt} + \frac{d\eta}{dt}\frac{d\cos\alpha_2}{dt} + \frac{d\zeta}{dt}\cdot\frac{d\cos\alpha_3}{dt}\cdots\cdots\right)$爲組合加速度。(九)此種加速度，僅出現於旋轉移動，是爲平進移動所無的。

若將等式(10)簡寫，則可得下式：

$$\boxed{b_a = b_f + b_r + b_c} \cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

此等式的意義，即謂：絕。對。加。速。度。爲由相。對。加。速。度，引。導。加。速。度，與。組。合。加。速。度。三者，相。加。而。成。

我們試將等式(4),(6),(9),(11)仔細觀察一下，我們便可看出凡記錄一種運動，必須先定一個座標系。座標系變了。運動的速

度與加速度，也要跟隨着變。譬如我們所觀察的物體P，他的速度，對於K'座標係，為 $\left(\frac{d\xi}{dt},\frac{d\eta}{dt},\frac{d\zeta}{dt}\right)$ 對於K座標系，却為 $\left(\frac{dx}{dt},\frac{dy}{dt},\frac{dz}{dt}\right)$ 這兩個係完全不同的。又如他的加速度，對於K'座標系，為 $\left(\frac{d^2\xi}{dt^2},\frac{d^2\eta}{dt^2},\frac{d^2\zeta}{dt^2}\right)$ 對於K座標系。却為 $\left(\frac{d^2x}{dt^2},\frac{d^2y}{dt^2},\frac{d^2z}{dt^2}\right)$ 他們倆也是完全不同的。

但是，在力學上還有一種特殊的情形！假使K'對於K，其移動不僅係平行的，而且還係等速的，如此，則等式(6)可變為

(九)組合加速度，德名 Zusammengesetzte Beschleunigung，又名 Conolis Beschleunigung。謂為組合者，以其由兩種速度 $\left(\frac{d\xi}{dt},\frac{d\cos\zeta}{dt}\ldots\ldots\right)$ 組合而成。

$$\boxed{b_a = b_r} \qquad \text{(12)}$$

此等式的意義，即謂：假使K'對於K，其移動為平行與等速時，則絕對加速度，等於相對加速度。

這便是舊日力學中的相對原理。他的意義，即謂：假使有兩個座標系，第二個K'，對於第一個K，其移動為平行的，為等速的，如此，則任何物體的加速度，對於這兩個座標系，皆固定不變。因此，奈端的運動等式

$$K = mb \qquad \text{(13)}$$

在這兩個座標系中，也固定不變。因此，所有力學上的試驗，在這兩個座標系中，其結果都是一樣。因此，在K'座標系中的觀察者，他就不能認識，他的座標系，究竟在動？抑或在靜？因此，他也可以說，他的座標系，係靜止的，在K座標系中的觀察者，雖不承認，却無以難他。因此，我們說K係靜止的，固與力學不抵觸，即說K'係靜止的，也與力學不抵觸。這便是舊日力學中的相對原理。(十)

(十)這個相對原理，是一些事實抽象的表現，而且，我們每日都可經驗。假使我們用一塊石頭，向上擲去，論理說來，地球既在空間運動，則當石塊落地的時候，他必不會落在原處，但在實際上，他却落在原處。這是何故？因為地球雖在運動，而他運動的形式，在短時間裏，却是平行的，等速的。因此，他雖

運動，却與靜止一樣。

還有，假使一輛火車，他的速度，眞是平行的等速的，而且他的窗戶，都係閉着的，如此。我們在車裏坐着，便會絲毫不覺着車的運動，而且，所有一切力學上的試驗，其結果都與在地球上一樣。這也是相對原理的一種徵驗。

這樣的例，可以引伸，至於無窮。總之，相對原理，在力學上，無論如何，是顛撲不破的，因爲他的理論與實驗，完全一致。

參考書

1. Theoretische Physik von Clemens Schafer, Seite 57 ⟶ 67
2. Theoretische Physik von Arthur Slaas, Heite 103 ⟶ 113
3. Raum una Zeit im Lichte der neuereu Physik von Haus Witte, Seite 26 ⟶ 27.
4. Weltgeseze, Weltgebäude u. Weltentwicklung von Erich Becher, Seite 170 ⟶ 173.

第二章　相對原理在電動學上的困難

（實可見生的試驗）

照着相對原理，凡兩個座標系，假使他們相互的運動，係平行的，係等速的，如此，則所有一切力學上的運動等式，在這兩個座標系中，必會一樣。這個原理，在力學上，係狠適用的。據理論來，他在電動學上，也應當適用。但是，却有許多困難。

我們試觀察兩個平行的座標系，第二個對於第一個，其運動的速度爲u，其運動的方向與 x＝書 相合，如此則照着舊日力學的換標公式（一）當爲

$$x''=x'-ut;\quad y''=y';\quad z''=z' \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

在此等式中

(x'', y'', z'')所表者，爲在第二個座標系中的座標。

(x' y' z')所表者，爲在第一個座標系中的座標。

假使在第一個座標系中，有一個力學等式，其形式爲

$$\varphi(x'\,y'\,z'\,t)=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2^a)$$

則照相對原理，在第二個座標系中，此力學等式，其形式必爲

（一）換標公式德名 Koordinaten transformation 從夏元瑮君譯，見改造第三卷第八號。

$F(x'', y'', z'', t) = 0$ ……(2b)

這件事，在力學上是很尋常的。但是若要將此理，照樣的應用到電動學上去，那就立刻發生問題了。我們試舉光線傳播律來作個例！

光線傳播律的等式，在任何一個座標系中，當為

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0$$

假使他在K′座標系中其等式為

$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0$ ……(3a)

則照着相對原理，他在K″座標系中其等式必為

$x''^2+y''^2+z''^2-c^2t''^2=0$ ……(3b)

但是，這却不可能。在論理上，我們非作下式不可：

$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2 \neq x''^2+y''^2+z''^2-c^2t''^2$ …(4)

據此看來，力學上的相對原理，似乎不能應用到電動學上去了。因此，光線的傳播，似乎祇有對於一個特殊的座標系，他朝着各方的速度才是等速的了。因此，在地球上，光線的傳播，其朝着各方的速度，似乎不能一致了。因此，我們在地球上，或者可以尋出這個特殊的座標系了。但是試驗的結果，却大不然。

尋找這個特殊座標系的試驗，在物理上很多。其中有一個是精確的，這就是邁可見生的試驗。

我們且先說邁可見生試驗的設備！

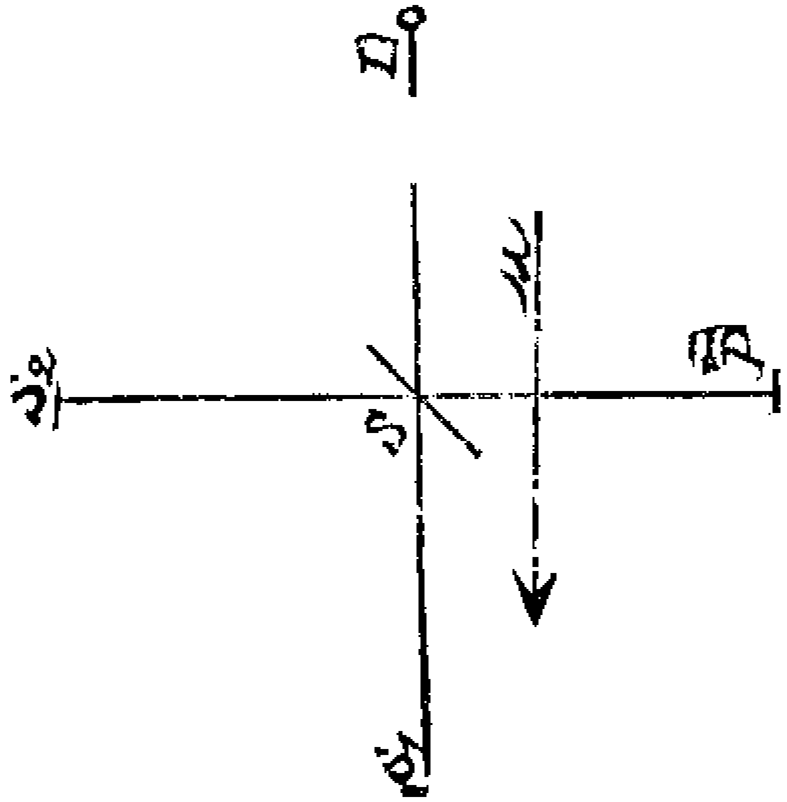
S 是一面鏡子，他對於 LS_1 的角度，為45°。

S_1 也是一面鏡子，他對於S的距離，等於l。

S_2 也是一面鏡子，他對於S的距離，也等於l。

P 是一個望遠鏡，用來觀察 Interferenz 的。

L 是一個光源，他發出的光，為S析為兩分。其一分達到 S_1，



第二圖

又由[illegible]而回。其一分達到S_1，又由S_1反射而回。此兩種反光相遇，便成 Interferenz 由P可以觀察。

上面說的是實可見生試驗的設備，下面再說實可見生試驗的理論。

假使我們設想，世界上果有『以太』，光線在他裏面傳播的速度，朝着各方，都是等速的。假使我們再設想，我們的地球，他的平進速度，對於『以太』，係與u相等的。如此，我們在地球上，便可尋出地球對於『以太』的絕對運動。如此，我們便可以尋出前面所說的那個特殊座標系（即『以太』）而且即用下面的方法。

假使我們令光線傳播的速度，對於『以太』，等於c。假使我們再令光線傳播的速度，對於地球，等於v。如此，則按照舊日力學的理論，c一定會等於v與u之合。以算式表之，則得：

$$c = v + u \quad \cdots\cdots (5)$$

若以此理應用到 $\overrightarrow{SS_1}$ 及 $\overrightarrow{S_1S}$ 兩線上，則可得下式：

$$\left.\begin{aligned} c &= v_1' + u \\ c &= v_1'' - u \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (6)$$

在此等式中

v_1'所表者，為光線由S到S_1的速度，（對地球而言。）

v_1''所表者，為光線由S_1到S的速度，（對地球而言。）

若以上理應用到 $\overrightarrow{SS_2}$ 及 $\overrightarrow{S_2S}$ 兩線上，則可得下式：

$$\left.\begin{aligned} c^2 &= v_2'^2 + u^2 \\ c^2 &= v_2''^2 + u^2 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (7)$$

在此等式中

v_2'所表者，為光線由S到S_2的速度（對地球而言。）

v_2''所表者，為光線由S_2到S的速度（對地球而言。）

假使我們令光線由$S \longrightarrow S_1$，又由$S_1 \longrightarrow S$的時間為t_1，則據前理，可得：

$$t_1 = \frac{l}{v_1'} + \frac{l}{v_1''} = \frac{l}{c-u} + \frac{l}{c+u} = \frac{2l}{c}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1} \cdots\cdots (8)$$

假使我們令光線由$S \longrightarrow S_2$，又由$S_2 \longrightarrow S$的時間為t_2，則據同理，可得：

$$t_2 = \frac{l}{v_2'} + \frac{l}{v_2''} = \frac{2l}{\sqrt{c^2-u^2}} = \frac{2l}{c}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdots\cdots (9)$$

照兩項式定理，t_1與t_2的值，當為：

$$t_1=\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{-1}=1+\frac{u^2}{c^2}+\frac{u^4}{c^4}+\cdots$$

$$t_2=\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2}+\frac{3}{8}\frac{u^4}{c^4}+\cdots$$

t_1 與 t_2 的差度，當爲：

$$\boxed{t_1-t_2=\frac{lu^2}{c^3}}\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

這個等式，便是光線在兩個垂直方向所用之時間的差度。據實可見生試驗的設備，這個差度無論如何，都可以得出來的。但是在事實上，却不如此，實可見生的試驗毫無成績。(二)

(二)實可見生的試驗，是欲證明『以太』是否係靜的，即謂『以太』是否係一個特殊的座標系。假若『以太』係靜的，則『以太』即係一個特殊的座標系，實可見生的試驗，必定成功。若『以太』不是靜的，則『以太』即不是一個特殊的座標系，實可見生的試驗，必不能成功。我們試舉一個例來說明。設有一輛火車在此，其車內車外的空氣，皆不能爲火車所攜帶而去的。今有一人，在車後放一聲哨，如此，則距一定時間以後車前的人，必會聽着此哨。我們在此，可以分作兩項說：第一，火車是靜的；第二，火車是動的。假若火車是靜的，則車後的聲浪，只須經過車身，便能達到車前聽者的耳裏面去。假若火車是動的，則車後的聲浪，若欲達到車前聽者的耳裏面去，他不僅要經過車身，他還要經過車前已經移動了的一段，因此，聲浪此刻所需的時間，也要多一點。假若我們將聲浪在第一項內所費的時間與他在第二項內所費的時間，兩相比較，我們便會得一個差度，這個差度，我們實際可以測得出來的。

這個理想，與實可見生的理想完全一樣。聲浪的傳播，即等於光線的傳播，火車的進行，即等於地球的進行，空氣即等於『以太』。

所以『以太』若係靜的，則實可見生的試驗，必能成功。

參考書

1. Natürphilosophie von Erich Becher, Seite 316.
2. Weltgebäude, Weltgeseze u. Weltentwicklung von Erich Becher, Seite 130.

3. Enifuhrung in die Relativitätstherie von W. Bloch, Seite 29 ——→41.

4. Theoretische Physik von Arthur Haas, Seite 158 ——→160

第三章　解釋相對原理在電動學上困難的基本理想

（安斯坦的相對論）

實可兒生的試驗，既已失敗，其他同樣的試驗，也同樣失敗。如此看來，光線在地球上傳播，其朝着各方的速度，係等速的，這件事，似乎沒有疑惑了。舊日力學中的相對原理，似乎不僅限於力學，他的效力似乎也可以推廣到電動學上去了。但是，依着舊日的運動學，這件事，却又斷不可能。（一）

因此理論物理上，便產生一個絕大的問題。就一方面看來，舊日力學中的相對原理，是狠可以應用到電動學上去的。就他方面看來，這件事，又絕對的不可能。這是什麼原故？許多著名的物理學家，都想解決這個問題。

譬如羅倫子他就是這些物理學家中的一個。他說：凡一個物體，他在其運動的方向，總要縮短一點，而且，這個縮短的度數，是以速度的大小爲標準的。這個「假設」，誠可以解釋實可兒生的失敗，但是總覺得狠勉強。因此他的學說，也沒有人十分注意。

一直到安斯坦來了，他總將這個問題解决。安斯坦說：從前的力學，都以時間爲絕對的，這是一件狠無理由的事。（二）由這一個座標系，轉到他一個座標系，其空間的座標，既要更換，論理說來，時間的座標，也應當更換，爲什麼力學，又偏不更換呢？因此安斯坦又說：第二章的不等式(4)照着相對原理，他兩邊的數值，本是應當相等的。其所以不等的原故，就是那個絕對的時間，在中作祟。因此，安斯坦又說：假使我們在不等式(4)中，當空間座標更換的時候，將時間座標，也相當的更換，如此，則不等式，就會變成等式了。

安斯坦既將此理參透，他便照着他的理想去做，於是一千九百零五年，便成立了他的特殊相對論。

照着這個特殊相對論的意義：凡一件物理上的事實，無論其爲力學上的現象，抑或爲電動學上的現象，只要兩個座標系的相對運動，係等速的，係平行的，如此，則此物理上的事實其運動的等式，在這兩個座標系中，其形式，必會一樣。

(一)運動學。德名 Kinematik，譯爲運動學者，以此學徒言運動學與時間的關係，而不及於其因，與 Dynamik 之爲動力學有別。

(二)安斯坦的理想，我們可用下例說明。假設A爲一個靜止的觀察者，他的地位，在地球上面。B爲一個運動的觀察者，他的地位，在一個飛機上面。如此，則照實可見斗的試驗，光線的傳播，對於A與對於B，其速度皆等於C。照圖看來，卽謂

第三圖

$$\frac{Al}{t}=C \text{......(1)}$$

$$\frac{Bl}{t}=C \text{......(2)}$$

在這兩個等式中，他們的右邊，雖係完全相等（等於C），他們的左邊，却完全不等。這件事，在數理上，是完全不可能的。安斯坦便說：假使他們的右邊，眞正係完全相等的，——這却也是事實——如此則他們的左邊也非完全相等不可。不然，在數理上，便絕對的不可能。但是，Al 與 Bl，他們不能相等，這又是一件無可疑惑的事。所以，欲使 1，2，兩式相等，則兩式中的 t，便非不等不可。安斯坦又說：假使兩式中的 t 不是相等的，如此，則兩式的結果，不特不反乎數理，而且係很當然的。安斯坦既將此理參透，於是便說：時間。的。長。短，不是絕。對。的，他隨着觀察者。的。地。位。變。化。觀察者的地位。變。了。時間。的。長。短、也要跟。隨。着。變。

時間相對的理由，我們還可以如下說明。物理學，是一種實驗的科學，所以他應用的概念，其定義必與實際相合，然後才有存在的價値。時間的概念，自然也當如此。他的定義，也必要能給我們一種方法，使我們可以實地親證，考其然否，然後他對於物理學家，才有眞正的意義，

我們現在試分析時間的概念！譬如我們說：『某件事的發生，恰在七點鐘，』這句話怎麽講？這句話的意義，卽謂：『某件事之發生，與當地的錶之指在七點鐘，這兩件事，是同時的。』故時間的定義，可爲：『某事之時間者卽與某事挨

近之錶，所指定之時針也。』

　這個定義，是祇對於一事而言。他的涵義，我們可以立刻觀證考其然否，所以這個定義是很適於用的。譬如現在有一件事發生了，我們若欲知其時間，我們即須立刻觀其當地之錶。當地之錶，指在何時，則某事之生，即在何時。譬如當地之錶，指在七點鐘，則某事之生，即在七點鐘。譬如當地之錶，指在八點鐘，則某事之生，即在八點鐘。

　上面說的，是時間對於一事的定義，這個定義，係很簡單的，用不着什麼分析。假如有兩件事實發生，則上面的定義，便不夠用，我們就非另加規定不可了。

　假如我們說：『現在有兩件事實，一在A處，（譬如上海）一在B處，（譬如此京）他們的發生，係同時的，（譬如在七點鐘）。』這便是兩件事實在時間上的規定。

　在這個規定中，我們已預先假定A B兩處的鐘錶，其進行係等速的。因為假若他們兩處的鐘錶，其進行不是等速的，則兩處的鐘錶，雖當時皆指在一處，而兩事之發生，仍不能命為同時。

　但是A B既不在一處，我們又何以知其鐘錶為等速呢？

在物理學上，我們便可以用下面的方法去證明。

第四圖

　假設在A B兩處的上面，各有一塊鏡子，在這些鏡子下面，各有一個觀察者。現在從A處，在 t_A 時間上放出一條光線。這條光線，在 t_B 時間上，在B處射回。在 t'_A 時間上，復回到A處。

　假設下面的等式，可以成立，

$$t_B - t_A = t'_A - t_B \quad \cdots\cdots(8)$$

則我們便命A B兩處之錶，係等速的。如此，假如我們說：『A B兩處所發生的事實，係同時的』才有真正的意義。

　因此，我們又得一個時間的定義：所謂『某事之時間者，即與某事挨近之錶所指定之時間也，然此錶者，不能特然獨立，必與一固定之錶等速焉』欲知各錶之等速，又必以

上法爲準繩焉。這個定義，也是合於用的，因爲他也能給我們一種方法，使我們可以實地親證，考其然否。

上面的定義，即是物理學上時間的定義，因此定義，我們便可以推知，時間的概念，是相對的。

今假設有兩個觀察者，一在地球上，一在飛機上。飛機上有兩點，一爲A，一爲B。飛機運動的軌道，與A⟶B平行。

在AB兩點上，各有一個錶。今使飛機上的觀察者，他欲考察AB兩點之錶，是否同時，知此，他便可以應用上法。設若：

$$t_B - t_A = t'_A - t_B$$

則飛機上的觀察者，必會聲言：AB兩處之錶，係同時的。

我們現在的問題，便是：當飛機的觀察者，認爲同時之際，地球上的觀察者也當認爲同時麼？據上面的定義推去，這是不可能的。

爲什麼呢？因爲飛機對於地球，其位置係運動的。當光線從A發出的時候，飛機正自A向B飛行。因此，據地球上的觀察者看來，從A發出的光線，對於B點，係從後面追，從B射回的光線，對於A點，係從前面迎。因此，據地球上觀察者

的結果，光線由A到B，其所費的時間，當爲：

$$t_B - t_A = \frac{AB}{c-v} \quad \cdots\cdots(4)$$

光線由B到A，其所費的時間，當爲：

$$t'_A - t_B = \frac{AB}{c+v} \quad \cdots\cdots(5)$$

因此，據地球上觀察者的推論，AB兩處的鐘錶，絕非同時的。我們在此處便得一個很特殊的結果：兩件事實，對於飛機爲同時者，對於地球未必同時。反面言之，兩件事實，對於地球爲同時者，對於飛機，未必同時。概括言之，兩件事實，對於一個座標系爲同時者，對於其他座標系未必同時。這便是時間的相對。

參考書

1. Eniführung in die theoritische Physik von Arthur Haas, Seite 161.
2. Das Einsteinsche Relativitätsprincip von Pfeüger, Seite 10.
3. Das Relativitatsprincip von Lorenz, Einstein hn-

ukowoki, Seite 26 ⟶ 31.

4. Uber die Spezielle u. allge meine Relativitats theorie von Einstein Seite 14 ⟶ 19.

5. Weltgebaude, Weltgeseze, Welteutwicklung von Erich Becher, Seite 181 ⟶ 186.

6. Die Grundlagen der Relativitätstheorie von Rudolf Lammel, Seite 68 ⟶ 73.

第四章　解釋相對原理在電動學上困難的運算方法

（羅倫子的換標公式）

相對原理，能應用到電動學上去，這件事，不僅據實可見生的試驗，當如此，即以理論推之，也當如此。自然界的現象，本是一體，其所以判為聲光力電者，都是我們五官構造不齊的原故。力學上的相對原理，既能適用於力學，為什麼偏不適用於電動學呢？力學與電動學，都是自然現象之一部，為什麼相對原理祇能適用於一部，而偏不能適用於他一部呢？為什麼力學要獨享此優先權呢？

許多的物理學家，都很對於此點懷疑，但從沒有人，敢大膽主張。獨安斯坦來了，他便說：相對原理能應用到電動學上去，這件事，據實驗與理論，肯當如此。其所以不能者，皆在日運動學中的葛利來換標公式：

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - ut \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

從中作祟。葛利來換標公式，所以作祟者，皆絕對的時間概念，從中作祟。據前章的推論，時間的概念，既已不能為絕對了，如此，則葛利來換標公式，即不合用。葛利來換標公式，既不合用。如此，則非改更不可。葛利來換標公式，既改更了，如此，我相信，相對原理，一定可以應用到電動學上去。

安斯坦既將此理參透了，於是，他便將葛利來換標公式，大加修改。修改之後，於是就成立了物理學上的羅倫子換標公式。

我們現在試將羅倫子換標公式研究一下；今假設有兩個座標系，一為K其座標為（x y z t），一為K'其座標為（x' y' z' t'）。今又設 K' 對於 K，其位置，係移動的，而且，其速度，等於 u，其

方向與 $x=x'$ 兩軸平行。今再設在一定的時間上 K，與 K' 的座標起點，彼此重合，從此點起我們才計算時間，即謂：當 K 為

$$x=y=z=t=0 \quad \cdots\cdots (2^a)$$

的時候，K' 當為

$$x'=y'=z'=t'=0 \quad \cdots\cdots (2^b)$$

我們現在試觀察一個平面！他的等式，在 K' 中，譬為：

$$x'=0$$

如此，則他的等式，在 K 中，必為：

$$x-ut=0$$

因此，在隨便什麼時間，x' 與 $x-ut$，必成比例，而且，當為：

$$x'=\varepsilon(x-ut) \quad \cdots\cdots (3)$$

在此等式中，ε 為 u 的函數。(一)

至於 y' 與 y 的關係，z' 與 z 的關係，因為他們的方向，與運動的方向係垂直的原故，所以我們可以用下式表明：

$$\left.\begin{array}{l} y'=\lambda y \\ z'=\lambda z \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots (4)$$

復次，t' 與 t 的關係，我們可以用下式表明：

$$t'=\rho t+\delta x \quad \cdots\cdots (5)$$

在此等式中，ρ 與 δ 皆為 u 的函數。(二)

(一)函數，德名 Funktion，此譯本不狹，確習用已久，故仍其舊。

(二)等式(3),(4),(5) 在數學上名 linear, homogen 的等式，此種等式，所以必為 linear 與 homogen 者，以空間之性，為 isotrop，時間之性，為 homogen，當換標時，亦非 homogen 與 isotrop 不可也。此理甚長，不能備述，閱者請參觀後面參考書之加圈者。

等式(3)(4)(5)，即為我們所欲求得的換標公式。但是在這幾個換標公式中，却有幾個函數，如 $\varepsilon,\lambda,\rho,\delta$，係我們所未知的。所以我們現在的問題，即是：這幾個未知的函數，當如何結構？而後我們的換標公式，才與相對原理及實可兒生的試驗，并行不悖？這幾個未知的函數，設若得着了，如此，則修改換標公式的工作，便算完結了。

我們現在試尋找這幾個未知的函數！為這個目的，我們仍利用光線傳播定律：

$$x^2+y^2+z^2=c^2t^2 \quad\cdots\cdots\cdots(6)$$

或

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}\quad\cdots\cdots\cdots(7)$$

假若相對原理，真正可以應用到電動學上去，——這卻也是事實，一如此則光線的傳播在 K 與 K' 中，當爲：

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=\frac{\partial^2\varphi}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z'^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t'^2}\quad(8)$$

我們現在試研究等式(8)的第一部！因爲照着等式(4) x 祇與 x' 及 t' 發生關係，與 y' 及 z' 卻不發生關係，所以：

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{\partial\varphi}{\partial x'}\cdot\frac{\partial x'}{\partial x}+\frac{\partial\varphi}{\partial t'}\cdot\frac{\partial t'}{\partial x}\quad\cdots\cdots\cdots(9)$$

又因照着等式(3),5)

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial x'}{\partial x}&=\epsilon\\ \frac{\partial t'}{\partial x}&=\delta\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots(10)$$

所以：

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\epsilon\frac{\partial\varphi}{\partial x'}+\delta\frac{\partial\varphi}{\partial t'}\quad\cdots\cdots\cdots(11)$$

我們現在試研究等式(8)的第四部！因爲照着等式(4) t 也祇與 x' 及 t 發生關係，與 y' 及 x' 卻不發生關係，所以：

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}=\frac{\partial\varphi}{\partial x'}\cdot\frac{\partial x'}{\partial t}+\frac{\partial\varphi}{\partial t'}\cdot\frac{\partial t'}{\partial t}\quad\cdots\cdots\cdots(12)$$

又因照着等式 3, 5;

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial x'}{\partial t}&=-\epsilon u\\ \frac{\partial t'}{\partial t}&=\delta\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots(13)$$

所以：

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}=-\epsilon u\frac{\partial\varphi}{\partial x'}+\delta\frac{\partial\varphi}{\partial t'}\quad\cdots\cdots\cdots(14)$$

試再將等 11，在 x 上，微分之，則得：

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=\epsilon\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x'}\right)+\delta\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t'}\right)\quad\cdots\cdots\cdots(15)$$

設以 φ 爲 $\frac{\partial\varphi}{\partial x'}$ 則由等式 11，可得

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x'}\right)=\epsilon\frac{\partial^2\varphi}{\partial x'^2}+\delta\frac{\partial^2\varphi}{\partial t'\partial x!}\quad\cdots\cdots\cdots(16)$$

設以 φ 爲 $\frac{\partial\rho}{\partial x'}$ 則由等式 11，可得：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\varphi}{\partial t'}\right)=\epsilon\frac{\partial^2\varphi}{\partial x'\partial t'}+\delta\frac{\partial^2\varphi}{\partial t'^2}\quad\cdots\cdots\cdots(17)$$

以等式 16, 17，之値，代入 15，則得：

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=\epsilon^2\frac{\partial\varphi}{\partial y'^2}+\epsilon\delta\frac{\partial^2\varphi}{\partial z'\partial t'}+\delta^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial t'^2}\quad\cdots\cdots\cdots(18)$$

如此，則 x 完全由 x' 與 t' 補充了。

試再將等式 14，在 t 上，微分之，則得：

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=-\epsilon u\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x'}\right)+\vartheta\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t'}\right)\cdots\cdots\cdots(19)$$

設以 φ 爲 $\frac{\partial\varphi}{\partial x'}$ 則由等式 14，可得：

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x'}\right)=-\epsilon u\frac{\partial^2\varphi}{\partial x'^2}+\vartheta\frac{\partial^2\varphi}{\partial t'\partial x'}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

設以 φ 爲 $\frac{\partial\varphi}{\partial t'}$ 則由等式 14，可得：

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t'}\right)=-\epsilon u\frac{\partial^2\varphi}{\partial x'\partial t'}+\vartheta\frac{\partial^2\varphi}{\partial t'^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

以等式 20, 21, 之値代入 19 則得：

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=\epsilon^2u^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x'^2}-2\epsilon\vartheta u\frac{\partial^2\varphi}{\partial x'\partial t'}+\vartheta^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial t'^2}\cdots\cdots(22)$$

如此，則 t 完全由 t' 與 x' 補充了。

我們試觀察等式 8 的第二部，依等式 4，可得：

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y}=\frac{\partial\varphi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial y}=\lambda\frac{\partial\varphi}{\partial y'}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

因 $$\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial y'}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)\frac{\partial y'}{\partial y}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

所以 $$\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}=\lambda^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial y'^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

如此，則 y 完全由 y' 補充了。

我們試觀察等式 8 的第三部，依等式 4，可得：

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z}=\frac{\partial\varphi}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial z}=\lambda\frac{\partial\varphi}{\partial z'}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

因 $$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=\frac{\partial}{\partial z'}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)\frac{\partial z'}{\partial z}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

所以 $$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=\lambda^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial z'^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

如此，則 z 完全由 z' 補充了。

假設我們現在將等式 18, 22, 25, 28, 之値代入 8，則得：

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x'^2}\epsilon^2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y'^2}\lambda^2+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z'^2}\gamma^2+\frac{\partial^2\varphi}{\partial t'^2}\left(\delta^2-\frac{\vartheta^2}{c^2}\right)$$
$$+2\epsilon\left(\delta+\frac{\vartheta u}{c^2}\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x'\partial t'}\equiv\frac{\partial^2\varphi}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z'^2}$$
$$-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t'^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

設若此式，果眞係完全相等的，則非具下面的條件不可：

$$\left.\begin{aligned}\epsilon^2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)&=1\\ \lambda^2&=1\\ \vartheta^2-\delta^2c^2&=1\\ \delta c^2+\vartheta u&=0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

從此式中，便可得出：

$$\left.\begin{aligned}\epsilon=\varrho&=\pm\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\\ \lambda&=\pm 1\\ \delta=-\frac{\varrho u}{c^2}&=\mp\frac{\frac{u}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(31)$$

以此值代入等式 3, 4, 5, 中，則得：

$$\left.\begin{aligned}x'&=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\\ y'&=y\\ z'&=z\\ t'&=\frac{t-\frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(32)$$

這便是物理學上的羅倫子換標公式。

假使等式 32，中的 u 其值甚小，$\frac{u^2}{c^2}$ 可以略去，如此，則得

$$\left.\begin{aligned}x'&=x-ut\\ y'&=y\\ z'&=z\\ t'&=t\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(33)$$

這些等式，不是別樣，他們就是葛利來換標公式。如此看來，奈端的運動學祇是安斯坦運動學內的一種特殊情形了。（至於電動學上的換標公式，何以名爲羅倫子的換標公式，其歷史上的原因，此不再論。）

參考書

1. Erufführung in die theoretische Physik von Arthur Haas, Seite 163.
2. • Erufuhrung in die Relativitätstheorie von W. Bloch, Seite 58 ⟶ 66.
3. • Die spezielle Relativitatstheorie von Lane, Seite 48 ⟶ 58.

第五章　相對論在空時上的改革

安斯坦既將相對原理，應用到電動學上去以後，於是空間時間的概念，便發生了一個很大的改革。從前的科學，對於空時的解釋，都以奈端爲根據。及相對論成立以後，大家才知道，奈端的解釋，不甚完全，以後的科學，都要用安斯坦的解釋了。

（一）今昔解釋空時的比較

（a）奈端對於空時的解釋

一千六百八十七年奈端在他所著的"Philosophiae Naturalis principia mathematica"上說：

絕對的空間，其性常靜，與外物無關。

絕對的時間，其流常勻，與外物無關。

我們若用數學上的術語來表明這兩句話，便可得下式：

$$x'=x-ut;\ y'=y;\ z'=z;\ t'=t \quad\cdots\cdots(1)$$

$$x=x'+ut;\ y=y';\ z=z';\ t=t' \quad\cdots\cdots(1a)$$

這便是我們前面所謂的葛利來換標公式。

（b） 安斯坦對於空時的解釋

一千九百零五年安斯坦在他所著的"Zur Elektrodynamik bewegter Kôrper"上說：

空間的長短，以觀察者的地位而異，其值爲相對的。

時間的遲速，以觀察者的地位而異，其值爲相對的。

我們若用數學上的術語來表明這兩句話，便可得下式：

$$x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^4}}};\ y'=y;\ z'=z;\ t'=\frac{t-\frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\cdots(\mathrm{II})$$

$$x=\frac{x'+ut'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};\ y=y';\ z=z';\ t=\frac{t'+\frac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\cdots(\mathrm{IIa})$$

這便是我們前面所謂的羅倫子換標公式。

（二） 今昔計算空間的比較。

（a） 以奈端爲根據的計算法

有A,B二人，A在火車中，B在火車外，有布一幅，在火車中，其長爲一尺，布首在 $x'_1=0$，布末在 $x'_2=1$。問當火車方進行時，B從車外測A之布，其長幾何？

照奈端的計算，其結果當仍爲一尺。爲什麼呢？因爲假設 $t=0$，則換標公式 ($\mathrm{I^a}$) 當爲：

$$x_{\mathrm{I}}=0+u.0=0$$

$$x_{\mathrm{II}}=1+u.0=1$$

因此 $$x_{\mathrm{II}}-x_{\mathrm{I}}=1-0=1$$

故其結果，仍爲一尺。換言之，就是奈端的計算，不以觀察者之地位，而異其物之長短。A雖在動，B雖在靜，而他們計算的結果，仍是一樣的。

(b)　以安斯坦為根據的計算法

照安斯坦的計算法，則在A為一尺的，在B遂不能為一尺，為什麼呢？因為假設 $t=0$，則換標公式(IIa)，當為：

$$x_{I}=\frac{x_1'-\frac{u^2}{c^2}x_1'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$x_{II}=\frac{x_2'-\frac{u^2}{c^2}x_2'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$x_{II}-x_{I}=\frac{\left(x_2'-x_1'\right)-\left(x_2'-x_1'\right)\frac{u^2}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$=1\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

故其結果，不為一尺，而比一尺略小。換言之，就是動的物體，若自靜的觀察，其結果比動的自身觀察略小。而且，動的速度愈大，縮短的度數也愈大。假若動的速度與光的速度相等，則動的物體，就會看不見了。

(三)　今。昔。計。算。時。間。的。比。較。

(a)　以奈端為根據的計算法

有AB二人，A在火車中，B在火車外，A有錶一枚，其地位常在 $x'=0$，其時間已逾一點鐘，其時首為 $t_1'=0$，其時末為 $t_2'=1$，問當火車方進行時，B從車外測A之錶，其時間幾何？

照奈端的計算，其結果當仍為一點鐘。為什麼呢？因為照換標公式(Ia) t 是永遠等於 t' 的，即謂：

$$t=t'=1$$

換言之，即是錶的行程，不以物之動靜，而異其行之快慢，A雖在動，B雖在靜，但是他們計算的結果，仍是一樣的。

(b)　以安斯坦為根據的計算法

照安斯坦的計算，則在A為一點鐘的，在B遂不能為一點鐘。為什麼呢？因為假設 $x=0$，則換標公式(IIa)當為：

$$t_{I}=\frac{0+\frac{u}{c^2}\cdot 0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=0$$

$$t_{II}=\frac{1+\frac{u}{c^2}\cdot 0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$t_{II}-t_{I}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

故其結果，不爲一點鐘而比一點鐘略大，換言之，即是從靜觀動，動的鐘錶進行較慢。而且，動的速度愈大，則慢的度數亦愈大。假設動的速度與光相等，如此，則動的鐘錶方走一點鐘，而自靜者觀之，已經是無限的年代了。

（四） 今昔計算速度的比較。

有火車一輛，向左進行，其速度對於車站爲u。有B一人，在車中亦向左進行，其速度對於火車爲v'，問B對於車站之速度v幾何？

（a） 以奈端爲根據的計算法

照奈端的計算，則B對於車站之速度v，當爲：

$$v=v'+u$$

此即物理學上所謂的『舊力學上的速度相加定則』。據上式看來，即是說：車站上的尺碼與鐘錶，與火車上的尺碼與鐘錶，是一樣的，所以將兩種速度，簡單加起來，便完事了。但據相對論的理，這却是不可能的。

（b） 以安斯坦爲根據的計算法

照安斯坦的計算，當作：

$$v_x=\frac{dx}{dt};\quad v_y=\frac{dy}{dt};\quad v_z=\frac{dz}{dt};\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$v'_{x'}=\frac{dx'}{dt'};\quad v'_{y'}=\frac{dy'}{dt'};\quad v_{z'}=\frac{dz'}{dt'};\cdots\cdots\cdots(2)$$

因爲 $$\frac{dx'}{dt'}=\frac{dx'}{dt}\cdot\frac{dt}{dt'};\quad \frac{dy'}{dt'}=\frac{dy'}{dt}\cdot\frac{dt}{dt'};\quad \frac{dz'}{dt'}=\frac{dz'}{dt}\cdot\frac{dt}{dt'};\cdots(3)$$

所以 $$v'_{x'}=\frac{\frac{dx'}{dt}}{\frac{dt'}{dt}};\quad v'_{y'}=\frac{\frac{dy'}{dt}}{\frac{dt'}{dt}};\quad v'_{z'}=\frac{\frac{dz'}{dt}}{\frac{dt'}{dt}};\cdots(4)$$

照羅倫子換標公式，當爲：

$$\left.\begin{aligned}\frac{dx'}{dt}&=\frac{\frac{dx}{dt}-u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\\ \frac{dy'}{dt}&=\frac{dy}{dt}\\ \frac{dz'}{dt}&=\frac{dz}{dt}\\ \frac{dt'}{dt}&=\frac{1-\frac{u}{c^2}\frac{dx}{dt}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

以等式(5)之值代入等式(4)，則得：

$$\left.\begin{aligned} v_{x'} &= \frac{v_x - u}{1-\frac{uv_x}{c^2}} \\ v'_{y'} &= \frac{v_y\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1-\frac{uv_x}{c^2}} \\ v'_{z'} &= \frac{v_z\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1-\frac{uv_x}{c^2}} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

將等式(6)反之則得：

$$\left.\begin{aligned} v_x &= \frac{v'_{x'}+u}{1+\frac{uv'_{x'}}{c^2}} \\ v_y &= \frac{v'_{y'}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1+\frac{uv'_{x'}}{c^2}} \\ v_z &= \frac{v'_{z'}\sqrt{1+\frac{u^2}{c^2}}}{1+\frac{uv'_{x'}}{c^2}} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

設以B與火車進行之方向，皆與 x' 及 x 軸相平行則得：

$$v = \frac{v'+u}{1+\frac{uv'}{c^2}} \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

此卽物理學上所謂『安斯坦的速度相加定則。』據上式看來，便知道安斯坦所推論出來的結果，與奈端所推論出來的結果，是完全不同的了。但是假使 u 與 v'，其值皆甚微小，如此，則我們當運算時，便可將 $\frac{uv'}{c^2}$ 略去，等式(8)就會變爲

$$v = v'+u$$

據此看來，『奈端的速度相加定則，』又是『安斯坦的速度相加定則』中之一種特殊情形了。

在相對論中，還有一樁特殊的情形，就是光的速度，爲實際世界最大的速度，想再求一個比他較大的速度，是辦不到的。爲什麼呢？因爲在等式(8)中，若以 v' 等於光的速度，(v' = c)則得：

$$v = \frac{c+u}{1+\frac{u}{c}} = c$$

據此看來，v 仍等於 c。因此，光的速度，他在物理上的位置，與『無窮大』在數學上的位置相等。

舊力學上的速度，是無極限的。從零以至於無窮大，這些速度，

都是可能的。新力學的速度，便以光爲極限，超過光的速度，這是不可能的。此爲新舊力學分別極顯明的地方。

參考書

1. 少年中國第二卷第九期空間時間今昔的比較，魏嗣鑾作，從十四頁到十八頁。

2. Uber die spezielle u. allgemeine Relativitatstheovie von Einstein, Seite 24 ⟶ 28

3. Edifuhrung in die Theoretische Thysik von Arthur Slaas, Seite 169 ⟶ 175.

第六章　相對論在實驗上的貢獻

空時的學說，是物理上的學說，欲辨別物理上的學說，孰優孰劣，專靠數理的推論，是靠不住的，尤賴有試驗，用來佐證。所以我們現在的問題，便是：安斯坦的相對論，在邏輯上，誠無矛盾的地方，但是他與實驗相合麼？因此，我們在此，必須找幾個重要的實驗來研究，以考證相對論在實驗上的價值。

（一）賣可兒生的試驗

據賣可兒生的試驗，光線的傳播，在任何一個座標系中，祇要他們的運動，係平進的，係等速的，如此，則光線的速度，在此種座標系中，皆等於 c。這件事實，若用奈端的運動學去說明，是絕對不可能的，因爲

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0 \quad\cdots\cdots(1)$$

絕對的不能等於

$$x''^2+y''^2+z''^2-c^2t''^2=0 \quad\cdots\cdots(1^a)$$

但是，這件事實，若用安斯坦的運動學去說明，便狠明瞭了。因爲

$$x'^2+y'^2+z'^2-ct'^2=0 \quad\cdots\cdots(2)$$

很可以等於

$$x''^2+y''^2+z''^2-ct''=0 \quad\cdots\cdots(2a)$$

所以，賣可兒生的試驗，是相對論的第一個證據。

（二）費佐的試驗（一）

據費佐的試驗，光線在流動水中的速度，爲：

$$v=\frac{c}{n}+u-\frac{u}{n^2} \quad\cdots\cdots(3)$$

在此等式中，　v 爲光線在流動水中，對於靜止觀察者的速度。

$\frac{c}{n}$ 爲光線在靜止水中，對於靜止觀察者的速度。

n為折光指數。(二)

u為水對於靜止觀察者的速度。

這件事實，若用奈端的運動學去說明，往往很感困難。因為據理論來，我們祇可以得兩種結果。(一)或者，水的速度，與光的速度，完全不發生關係。即謂：水的物質，不能將光播去。如此，則光線在流動水中的速度，必與光線在靜止水中的速度完全一樣。以算式表之，當為：

$$v=\frac{c}{n}\quad\cdots\cdots\cdots(4)$$

(二)或者，水的速度，與光的速度，完全發生關係。即謂：水的物質，完全將光播去。如此，則光線在流動水中的速度，必與『光線在靜止水中的速度』與『水對於觀察者的速度』之和相等。以算式表之，當為：

$$v=\frac{c}{n}+u\quad\cdots\cdots\cdots(5)$$

但是，這兩種結果，費佐都沒得着，所以理論物理，對這件事，甚感困難。假若用安斯坦的運動學去說明，這件事便狠容易了。

為什麽呢？因為假設我們在第五章的等式(8)中，以 $v'=\frac{c}{n}$ 以 $u=u$，如此則 v 便等於

$$v=\frac{\frac{c}{n}+u}{1+\frac{u}{cn}}\quad\cdots\cdots\cdots(6)$$

若將此式算出，則得：

$$v=\left(\frac{c}{n}+u\right)\left(1-\frac{u}{cn}\right)$$

$$v=\frac{c}{n}+u-\frac{u}{n^2}-\frac{u^2}{cn}$$

$$v=u-\frac{u}{n^2}+\frac{c}{n}\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)$$

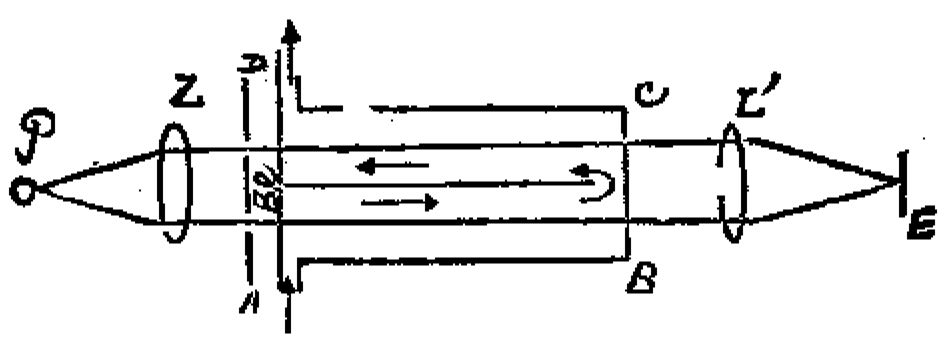
$$v=\frac{c}{n}+u-\frac{u}{n^2}\quad\cdots\cdots\cdots(7)$$

故費佐的試驗，不特與相對論無衝突，而且，要用相對論，才容易解釋，這便是相對論的第二個佐證了。

(一)費佐原名 Fizean，從姚文林君譯，見羅素講演『物之分析』

(二)費佐試驗的意思，是欲研究光線在流動水中的速度。他的設備，我們可以用下面的圖，簡單說明。

第五圖



P為一光線之源。

ABCD為一水盆，其前後兩面皆為玻璃所造。

L與L'為兩凸凹鏡。

BI 為一黑色板，內有小隙，光線可入。

在ABCD盆中的水，係流動的，其方向與軌道，如箭所示。

上面說的，是費佐試驗的設備，下面且說他的理想。假使光線從P發出，鑽入水中，如此，則據費佐的理想，便可以得兩種結果。第一，水之流動，與光之傳播，他們不發生關係。卽謂：光線在流動水中的傳播，其速度與在靜止水中一樣，如此，則我們在 E 上，便不能發現『光線的交感』。第二，水之流動，與光之傳播，他們發生關係。卽謂：水動與光傳，其方向相同者，則速度相加；水動與光傳，其方向相反者，則速度相減。如此，則我們在E上，便能發現一定的『光線的交感』。但是，在實際上，這兩種結果，都沒發現；費佐所得的，是另自一種結果。

(三) 多蒲列兒的原理(一)

據多蒲列兒的原理，凡一個光源，若其運動與觀察者逐漸挨近，則其光線的振動數 (Frequenz) 必為

$$n=n'\left(1+\frac{u}{c}\right)\cdots\cdots(8)$$

反之，凡一個光源，若其運動與觀察者逐漸離遠，則其光線的振動數，必為

$$n=n'\left(1-\frac{u}{c}\right)\cdots\cdots(9)$$

在(8)(9)兩等式中：

n 所表者，為運動光源所發出之光線的振動數。

n' 所表者，為靜止光源所發出之光線的振動數。

u 所表者，為運動光源對於觀察者的速度。

c 所表者，為光線的速度（在純空中）。

這個原理，他與實際，是狠相合的。而且，他的原理，若用舊物理學去解釋，也是狠容易的。但是，有一層難處。為什麼呢？因為據賁可兒生的試驗，光線的速度，在任何一個平進等速的座標系中，總

富等於c，而據舊物理學的推論，却不如此。據舊物理學的推論，在光源與觀察者挨近的時候，光線之速度必為

$$c'=c+u \cdots\cdots(10)$$

在光源與觀察者離開的時候，光線之速度，必為

$$c'=c-u \cdots\cdots(11)$$

這件事，在舊物理學上，很惹起許多糾轕。(11)我們現在的問題，便是：假如我們不用舊物理學，而用新物理學，我們也能得多蒲列兒的原理麼？而且光線的速度，可以不變，而與實可見生的試驗相合麼？

我們在下面，試回答這個問題：今設有一座標系K'，光源對之，係靜止的。如此則光線的傳播，在此座標系中，必為：

$$S'=A'\cos\left\{\frac{2\pi}{t'}\left[t'-\frac{r'}{c}\right]+\delta'\right\}\cdots(12)$$

在此等式中：

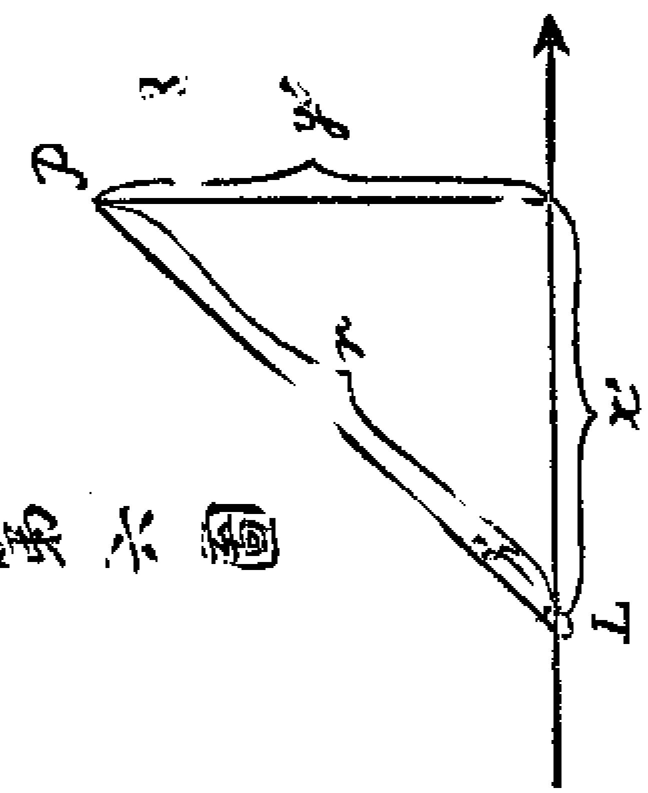
S'所表者，為任何一個電『場強度』的分量（Elekt. Feldstarkenkomp）。

A'所表者，為振動最高度(Amplitude)。

t'所表者為循環時間（Periode）。

r'所表者，為光線已經之距離。

δ'所表者，為盈朒常數（Phasenkonstante）。



第六圖

L為一個光源。P為一個觀察者，光源對之，其速度為u。光源運動的軌道，與x'軸平行，如圖所示。ϑ'為從L到P之光波法線（Wellen normale）與x'軸所成之角。據圖，可知：

$$r'=x'\cos\vartheta'+y'\sin\vartheta' \cdots\cdots(13)$$

因此等式（12）可為

$$S'=A'\cos\left\{2\pi n'\left[t'-\frac{x'\cos\vartheta'}{c}-\frac{y\sin\vartheta'}{c}\right]+\delta'\right\}\cdots(14)$$

在等式中：$n'=\frac{1}{t}$

我們現在試再假定一個座標系K。他的xy平面，與x' y'

平面平行。光源對之係運動的，而且，其速度等於u，P即其中之觀察者。如此，則等式(14)可寫：

$$S=A'\cos\left\{2\pi n'\left[\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}-\frac{(x-ut)\cos\vartheta'}{c\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}-\frac{y\sin\vartheta'}{c}\right]+\delta\right\}\quad(15)$$

假設我們以

$$A=A'\quad\cdots\cdots(16)$$

$$\delta=\delta'\quad\cdots\cdots(17)$$

$$n=n'\frac{1+\frac{u}{c}\cos\vartheta'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\quad\cdots\cdots(18)$$

$$\cos\vartheta=\frac{\cos\vartheta'+\frac{u}{c}}{1+\frac{u}{c}\cos\vartheta'}\quad\cdots\cdots(19)$$

$$\sin\vartheta'=\frac{\sin\vartheta'\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1+\frac{u}{c}\cos\vartheta'}\quad\cdots\cdots(20)$$

則等式(15)可寫

$$S=A\cos\left\{2\pi n\left[t-\frac{x\cos\vartheta}{c}-\frac{y\sin\vartheta}{c}\right]+\delta\right\}\cdots(21)$$

此即光線在K中傳播的等式。在這個等式中，光線的速度，仍等於c，此與舊光學相異的地方。至於他的振動數，與光線在K'中的振動數，則仍然不同，此與舊光學相同的地方。

若我們以ϑ'等於零或等於一百八十度，則 $\cos\vartheta'$ 即等於正一或負一。因此：

$$n=n'\frac{1\pm\frac{u}{c}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\quad\cdots\cdots(22)$$

若依常例，將 $\frac{u^2}{c^2}$ 略去，則得

$$n=n'\left(1\pm\frac{u}{c}\right)\cdots\cdots(23)$$

此即多蒲列兒的原理。據此看來，據新光學的推算，不僅可以得多蒲列兒的原理，而且，可以合賣可兒生的試驗，這又是一個相對論的勝利了。

(一)多蒲列兒的原理，德名 Doppler'sches Princip。他的道理，我們可以用下例說明。設一車站之旁，有一機器廠，機器

廠之內，有一汽筒，這個汽筒，是用來放時的。再設有一輛火車，他從遠處，向機器廠前來。如此，我們便可以證明，車內之人，其聽汽筒之聲音，比較車外之人，必高許多。為什麼呢？因為聲音之高低，與空氣之振動，有密切的關係。空氣振動之次數愈多者，其聲音愈高。空氣振動之次數愈寡者，其聲音愈低。當火車前來的時候，車內的人，他們耳內，所受之振動，必較車外者為多。因此，他們所聽的聲音，也必較車外者為高。反之，假若火車漸從機器廠離開，則車內之人，其所聽的聲音，較車外者，必低許多。多蒲列兒的原理，即與此一樣。

(二)我們若將等式(14)中的 θ' 與 δ' 等於零，即謂使光源與觀察者挨近，則等式(14)即變為：

$$S' = A' \cos 2\pi n' \left(t - \frac{x'}{c}\right) \cdots\cdots (24)$$

照舊光學的推算，則 S' 在 K 中，必為：

$$S = A \cos 2\pi n' \left(t - \frac{x-ut}{c}\right) \cdots\cdots (25)$$

$$= A \cos 2\pi n' \left(\frac{ct-x+ut}{c}\right)$$

$$= A \cos 2\pi n' \left(t \frac{c+u}{c} - \frac{x}{c}\right)$$

$$= A \cos 2\pi n' \frac{c+u}{c} \left(t - \frac{x}{c+u}\right)$$

$$S = A \cos 2\pi n \left(t - \frac{x}{c'}\right) \cdots\cdots (26)$$

在此等式中：　$n = n'\left(t + \frac{u}{c}\right)$　此即多蒲列兒原理。

$c' = c + u$　此即等式，我們在前面，認為與實驗有抵觸的地方。

我們若將等式(14)中的 θ' 等於 180° δ' 等於零，即謂使光源與觀察者離開，則等式(14)即變為：

$$S' = A' \cos 2\pi n' \left(t + \frac{x'}{c}\right) \cdots\cdots (27)$$

照舊光學的推算，則 S' 在 K 中，必為：

$$S = A \cos 2\pi n' \left(t + \frac{x-ut}{c}\right) \cdots\cdots (28)$$

$$= A \cos 2\pi n' \left(\frac{ct+x-ut}{c}\right)$$

$$= A \cos 2\pi n' \left(t \frac{c-u}{c} + \frac{x}{c}\right)$$

$$= A \cos 2\pi n' \frac{c-u}{c} \left(t + \frac{x}{c-u}\right)$$

$$S = A\cos 2\pi n\left(t+\frac{x}{c'}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

在此等式中：$n=n'\left(1-\frac{u}{c}\right)$　此即多蒲列兒原理。

$c'=c-u$　此即等式，我們在前面認為與實驗有抵觸的地方。

（四）恆星週歲的移動（一）

據天文家的觀察，有許多恆星，他們每年在天上，都要繞一個圓圈。這件事，若用舊物理學去解釋，是狠容易的。但是，也有一層難處。為什麼呢？因為我們若用舊物理學去解釋，我們總得要假定一個靜止不動的『以太』而據賓可兒生的試驗，這個靜止不動的『以太』偏又尋不着，所以物理學在此點，也遇感困難。

我們現在試用新物理學，去解釋這個現象。假設恆星為K座標系，地球為K'座標系，如此，則光線在K中的傳播，其座標必為：（二）（觀第八圖）

$$\left.\begin{array}{l}x=a\\ y=b-ct\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

在K'中的傳播，其座標必為：

$$\left.\begin{array}{l}x'=\dfrac{a-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\\ y'=b-ct\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(31)$$

若將兩式中的t取消，則得：

$$y'=\frac{c}{u}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\left\{x'-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\left(a-\frac{bu}{c}\right)\right\}\cdots(32)$$

在此式中的 $\dfrac{u}{c\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$ 即歲差角度的正切，此與實測是相合的。（三）據此看來，由新物理學去解釋恆星週歲的移動，其結果不僅與實測相合，而且，可以不用『以太』作助手，這又是相對論的一個勝利了。

（一）恆星週歲的移動，我們可以用下例說明。假設有一輛火車在此，他的頂上，有一個縫隙，從這個縫隙裏落一點雨至車內。在此，我們可分兩項說：第一火車係不動的，如此，則照第七圖，雨點必會落至B處。第二火車係運動的，如此，則照第七圖，雨點必會落至C處。假使我們以雨點降落的速度為

ⅽ火車運動的速度爲 u，如此，則照第七圖，可得：

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{u}{c} \quad \cdots\cdots(33)$$

此即我們所觀察的差度。

(二)假使我們以『以太』爲 K 座標系，則照第八圖，光線的傳播，必爲：

$$\left.\begin{array}{l} x=a \\ y=b-ct \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(34)$$

假使我們以地球爲 K' 座標系，則照第九圖，光線的傳播，必爲：

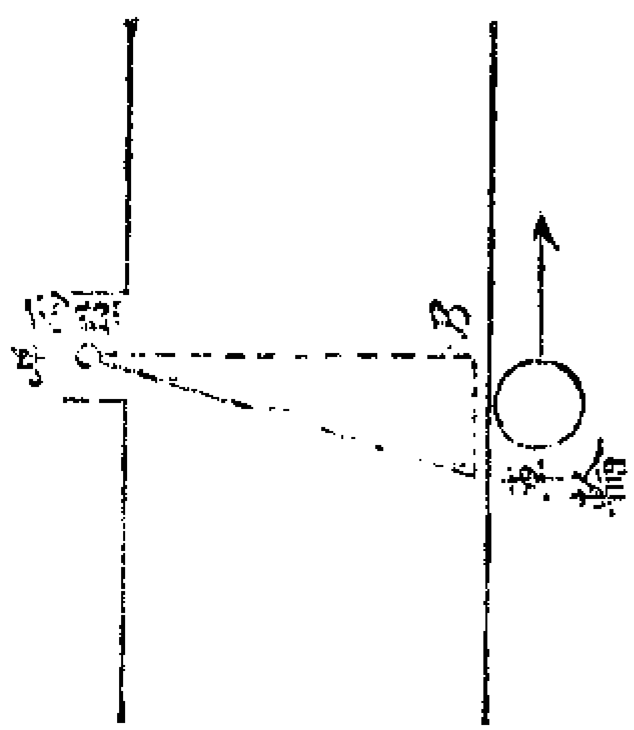
$$\left.\begin{array}{l} x'=a-ut \\ y'=b-ct \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(35)$$

若將兩式中的 t 取消，則得：

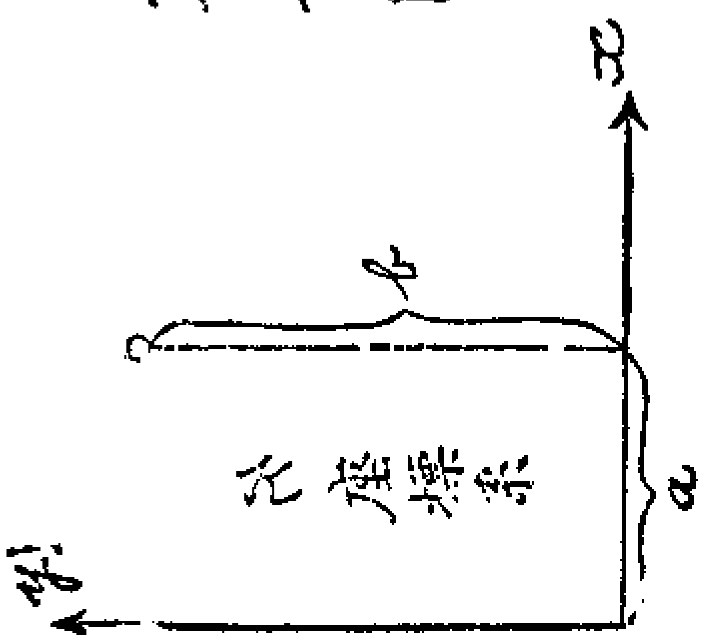
$$y' = \frac{c}{u}\left(x'-a+\frac{bu}{c}\right) \quad \cdots\cdots(36)$$

在此式中的 $\frac{u}{c}$ 即歲差角度的正切。此爲照舊物理學

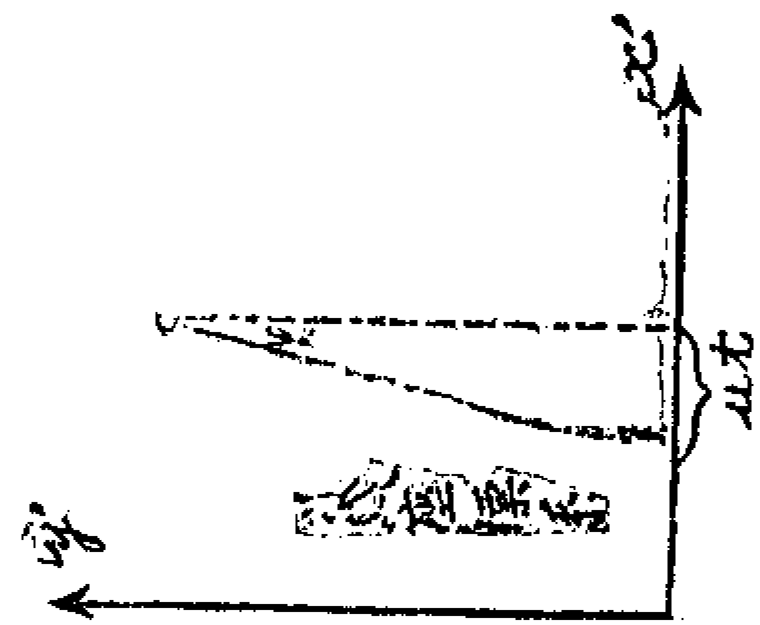
第七圖



第八圖



第九圖



推算所得的結果，他與等式(32)比較，其相差係極微的。

(三)恆星週歲移動的理由我們由多藩列兒的原理，也可以推得。假設我們在等式(19)中，將 $\cos\varphi'$ 等於零，即謂使觀察者測量的方向，與運動的方向成直角，如此，則

$$\left.\begin{aligned}\cos\varphi &= \frac{u}{c}\\ \sin\varphi &= \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(37)$$

因此

$$\left.\begin{aligned}Ag\,\varphi &= \frac{c\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{u}\\ tg\,\varphi &= \frac{u}{c\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(38)$$

即

此即歲差角度的正切，他與等式，係1樣的。

參考書

1. Einfuhrung in die theoretische Physik von Arthur Haas, Seite 175 ⟶ 180.
2. Einfuhrung in die Relativitatstheorie von W. Bloch, Seite 27 ⟶ 38, 76 ⟶ 78.

第七章　相對論上的新數學

（明可夫斯幾的四量幾何）

在數學上或物理學上，我們因爲算式過於抽象的原故，往往喜歡用圖形去說明，這是一件狠重要的事。相對論也是如此。據實說來，相對論自得了羅倫子的換標公式以後，他對於他的推算與論證，已經狠夠用了。但是，假如沒有明可夫斯幾的圖說，我們却可以說，相對論在今日，必沒有如此的美備。所以我們對於明可夫斯幾的四量幾何，也必須研究一下。(一)

我們最初，且看明可夫斯幾他如何用圖形去將羅倫子的換標公式說明。據明可夫斯幾說：假若我們以1爲 ict 軸，$tg\varphi$ 爲 $i\frac{u}{c}$ 如此，則照三角學的公式，可得：(1)

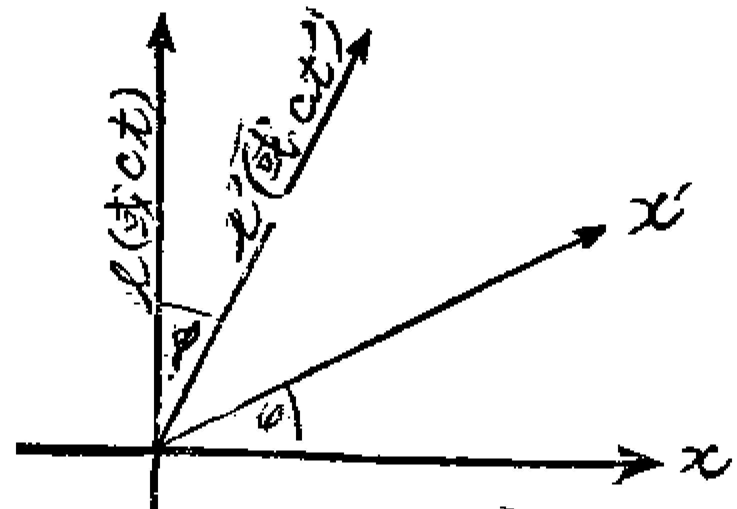
$$\left.\begin{aligned}\cos\varphi &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\\ siu\,\varphi &= \frac{\frac{iu}{c}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

設以此兩式之值，代入羅倫子的換標公式，則得：

$$\left.\begin{aligned} x' &= x\cos\varphi + l\sin\varphi \\ l' &= l\cos\varphi - x\sin\varphi \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

這兩個等式，不是別的，他就是解析幾何學上兩個習見的換標公式。解析幾何告訴我們：假設有一物體，其座標在（ξ η）座標系中為ξ η，則在（ξ' η'）座標系中（此座標系與前座標系相差之角為φ）其座標必為：(三)

$$\left.\begin{aligned} \xi' &= \xi\cos\varphi + \eta\sin\varphi \\ \eta' &= \eta\cos\varphi - \xi\sin\varphi \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$



第十圖

所以明可夫斯幾便說：假設我們欲從x=l平面轉到x'=l'平面，即謂由x軸轉到x'軸，由l軸轉到l'軸，如此則我們只消將x軸與l軸，轉至角度φ，便成功了。(參觀第十圖)

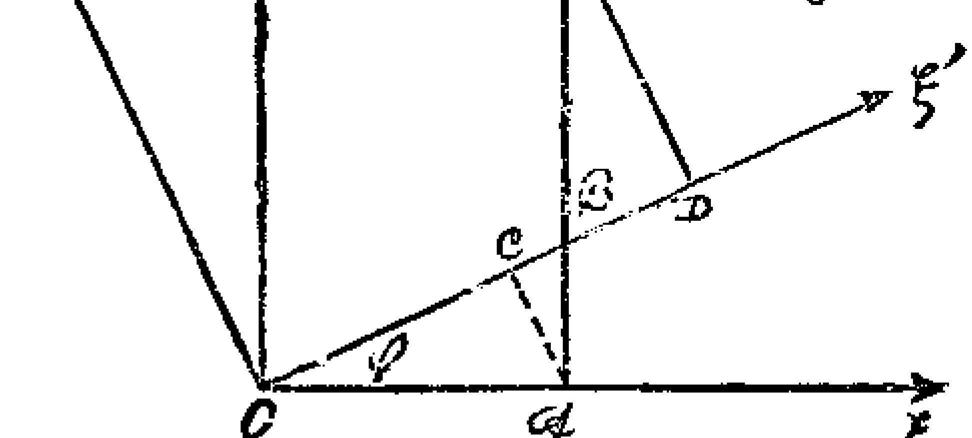
(一)明可夫斯幾德名 Minkowski.

(二)上面所指的公式，即

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\varphi}}\,;\ \sin\varphi = \frac{Ag_1}{\sqrt{1+tg^2\varphi}}.$$

(三)解析幾何上的換標公式，我們可以如下證明。

第十一圖



設命　$OA=\xi$; $AS=\eta$; $OD=\xi'$; $SD=\eta'$

則得：$OD=OC+CD$

$=\xi\cos\varphi+\eta\sin\varphi$

$SD=BS\cos\varphi$

$=(\eta-\xi\,tg\varphi)\cos\varphi$

$=\eta\cos\varphi-\xi\sin\varphi$

故　$\xi'=\xi\cos\varphi+\eta\sin\varphi$

$\eta'=\eta\cos\varphi-\xi\sin\varphi$

上面說的，只限於一個直線上的運動，卽謂：只限於$x=1$量內的事實。但是若要推廣爲平面上的運動，也非難事。我們只要加上一個y軸。卽謂：我們只要推廣爲 $x=y=1$三量，卽完事了。卽使我們要推廣爲空間內的運動，也非難事。我們只要再加上一個z軸，卽謂：我們只要推廣爲 $x=y=z=1$四量，便完事了。至於從一個$(x\,y\,z\,l)$座標系，轉到他一個$(x'\,y'\,z'\,l')$座標系（此座標系與前座標系有羅倫子換標公式的關係）也非難事。我們只消將$x=$ 軸的方向與u的方向，使之相等。再將l軸，在 $x=l$ 平面裏，轉至角度φ（此卽爲l'軸）更在l'軸上，立三個相互垂直的 $x'y'z'$ 軸。如此，則 $x'y'z'l'$ 座標系，便成功了。

上面說的，是明可夫斯幾對於羅倫子換標公式的圖說，下面且述明可夫斯幾的術語。

明可夫斯幾謂 x y z l 四量，爲『宇宙』(Welt)。謂從 x y z l 所規定之點，爲『宇宙點』(Weltpunkt)。謂由宇宙點連綴而成之線，爲『宇宙線』(Weltlinie) 謂連綴兩點之方向量，爲『宇宙方向量』(Weltvector)。謂對於某物體（卽我們所觀察之物體）爲靜止之座標系，爲『自身座標系』(Eigensystem)。

上面說的，是明可夫斯幾的術語，下面且說明可夫斯幾的運算。明可夫斯幾說：假設我們在$(x\,y\,z\,l)$的座標系中，命一『宇宙線』之任何短距爲ds，則照幾何學的定理，必爲：

$$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2+dl^2 \quad\cdots\cdots(4)$$

又因 $l=ict$

故 $$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2-c^2dt^2 \quad\cdots\cdots(5)$$

更命某物體（卽我們所觀察之物體）對於此座標系（卽xyzl）之速度爲u

或 $$u^2=\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2$$

則等式(5)卽變爲

$$ds^2=(u^2-c^2)dt^2 \quad\cdots\cdots(6)$$

在此等式中，ds名『基本不變值』(Grundinvariante)，他與座標系不發生關係，座標系無論如何變，他總是不變的。

上面所說的座標系，係一個靜止的座標系〔卽(x, y,

z,1)或(x, y, z, ict)]換言之,即謂:我們所觀察的物體,對於他系運動的。現在我們試再假定一個運動的座標系[或(x,y,z,l)或(x' y' z' ict')]換言之,即謂:我們所觀察的物體,對於他,係靜止的。若用數學上的術語,即謂:此座標系的1'軸,與我們所觀察的『宇宙線之成分』(Welt-linienelement)係重合或平行的。如此,則

$$dx' = dy' = dz' = 0 \qquad \cdots\cdots(7)$$

因此,等式(6)即變為

$$ds^2 = -c^2dt^2 \qquad \cdots\cdots(8)$$

以此等式與等式(6)相較,則得

$$dt = dt\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \qquad \cdots\cdots$$

在此等式中,dt 名『自。身。時。間。』他也是與。座。標。系。無。關。的。至於他與其他座標系的時間之關係,則即由此等式可以推得,此與第五章所得的結果,係一樣的。

此刻,我們還可以將『基本不變值』討論一下,假設『宇宙』內,有兩個『宇宙點』他們空間的距離為△r,他

們時間的距離為△t,如此,則其『基本不變值』必為

$$\triangle S^2 = \triangle r^2 - c^2\triangle t^2 \qquad \cdots\cdots$$

在此,我們可分作三項說:

第一項:　$\triangle S^2 < 0$,　即　$C^2\triangle t^2 \wedge \triangle r^2$。

第二項:　$\triangle S^2 = 0$,　即　$C^2\triangle t^2 = \triangle r^2$。

第三項:　$\triangle S^2 \triangle 0$,　即　$C^2\triangle t^2 > \triangle r^2$。

我們且先論第一項!第一項的意義,即謂:某物體之進行,比光線之進行較慢。我們在 △t 時間內,已看見(0,0,0)點之光線傳到(x, y, z)點了,而(0,0,0)點之物體,猶未到(x, y, z)點。假若我們將連結此兩『宇宙點』之『宇宙方向量』作為時間軸,則 △r=0 因此,我們可以將此兩『宇宙點』作為同位(gleichörtlich machen)。

現在且論第二項!第二項的意義,即謂:某物體之進行,與光線之進行,係相等的。當光線由(0,0,0)點到(x, y, z)點的時候,的物體也同時由(0,0,0)點到(x, y, z)點了。

如今且論第三項!第三項的意義,即謂:某物體之進行,比光線之進行較快。當光線由(0,0,0)點,尚未到(x, y, z)

某物體已由 (0,0,0) 點到 (x,y,z) 點了。但是這件事，在實際世界中，是不可能的。所以我們只可以將此兩『宇宙點』作爲同時 (gleichzeitig machen)。

據上面的研究，我們可以得一個很重要的結果。在第一項中的『宇宙方向量』我們祇可以使之爲時間軸。在第三項中的『宇宙方向量』我們祇可以使之爲空間軸。因此我們往往命第一項中的『宇宙方向量』爲『時間式的宇宙方向量』(Zeitartiger Weltvector)。命第三項中的『宇宙方向量』爲『空間式的宇宙方向量』(raumartiger Weltvector)。

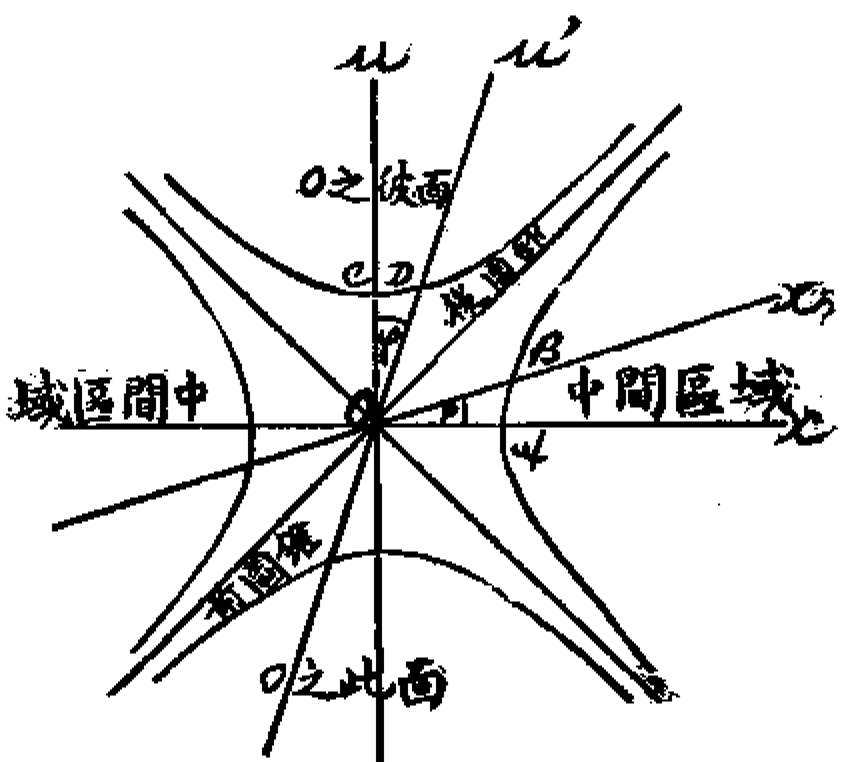
『時間式的宇宙方向量』與『空間式的宇宙方向量』他們性質不同的地方，我們還可以用下圖說明。

我們爲便利起見，祇用一個空間軸，譬如 x。我們又爲明瞭起見，不用 t 軸，祇用 ct 軸，譬如 u。如此我們若欲從 (x,u) 座標系，轉到 (x'u') 座標系，我們只消將 x 軸與 u 軸，轉到角度 $\phi = \frac{u}{c}$ 便成功了。

假設我們再將光線的傳播，畫在圖上，即謂：我們將這切線

$$x^2 - u^2 = 0$$

畫在圖上，而且，我們將 y 軸與 z 軸，懸擬在圖上，如此，我們便得兩個圓錐，一爲前圓錐，一爲後圓錐。前圓錐所表者，即在 t = 0 恰到 x=y=z=0 的光線。後圓錐所表者，即在 t=0 恰離 x=y=z=0 的光線。(四)



第十二圖

據圖看來，此兩圓錐，適將 (x y z l) 四量，分成三部。第一部在O之彼面，第二部在O之此面，第三部即中間區域。在第一部內所發生的事實，皆在O點所發生的事實之後，在此部內，我們還

可以引『時間式的宇宙方向量』。在第二部內所發生的事實，皆在O點所發生的事實之先，在此部內，我們也僅可以引『時間式的宇宙的方向量』。在第三部內所發生的事實，他們與在O點所發生的事實無關，在此部內，我們僅可以引『空間式的宇宙方向量』。

還有，各座標系的空間單位與時間單位，我們在圖中，也可以求得。我們且先論空間單位！假若我們在圖中，將雙曲線

$$x^2-u^2=+1$$

畫出，則OA即(x u)座標系中的空間單位，OB即(x' u')座標系中的空間單位。為什麼呢？因為在

$$x^2-c^2t^2=+1 \quad 或 \quad x^2=1+c^2t^2$$

中，若 $t=0$，則 $x=1$，故OA與OB皆可為空間單位。

現在，且再論時間單位！假若我們在圖中，將雙曲線

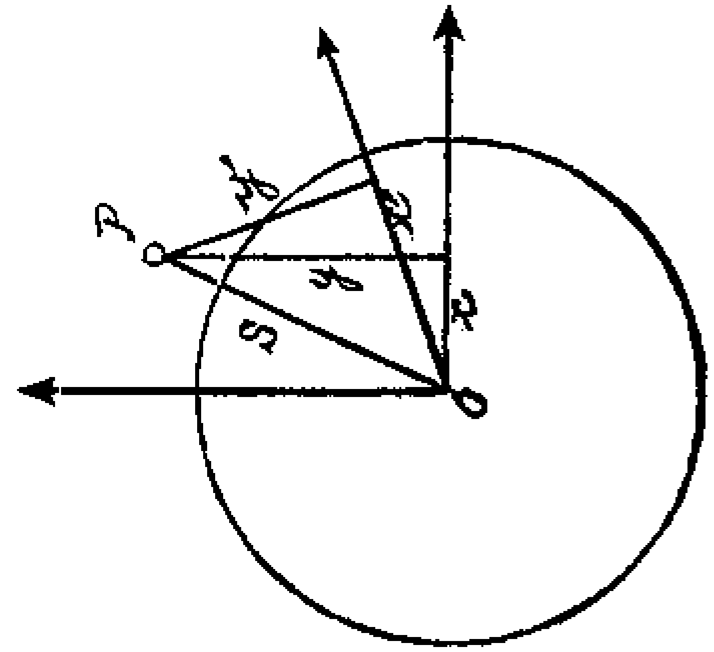
$$x^2-u^2=-1$$

畫出，則(OC)即(x, u)座標系中的時間單位，(OD)即(x', u')座標系中的時間單位。(還須用c除之)為什麼呢？因為在

$$x^2-c^2t^2=-1 \quad 或 \quad t^2=\frac{1+x^2}{c^2}$$

中，若 $x=0$ 則 $t=\frac{1}{c}$ 故OC與OD皆可為時間單位。

最終，我們可以將此章的大意，總括幾句。明可夫斯幾的四量幾何，其重要的地方，即在將空間與時間揉成一氣。即以等式(4)論之，其中的空間與時間，他們的地位，毫無分別。這件事，在運算上，有極大的功效。明可夫斯幾的四量幾何，與歐幾里得的幾何，他們倆狠有些不同的地方。譬如，在歐幾里得幾何內，凡從O引出之直線，其單位之大小，彼此必等。換言之，即謂：在歐幾里得幾何內，其單位之標準，必為一圓圈，



第十三圖

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=1$$

至於明可夫斯幾的幾何，則不然。在他的幾何內，不僅空間軸與時間軸的單位，彼此各異，即空間軸與時間軸的自身，其單位亦彼此不同。換言之，即謂：在明可夫斯幾幾何內，其單位之標準，為兩雙曲線

$$S=\sqrt{x^2-c^2t^2}=\sqrt{\pm1}$$

還有，在歐幾里得內，其『基本不變值』為

$$S^2=x^2+y^2$$

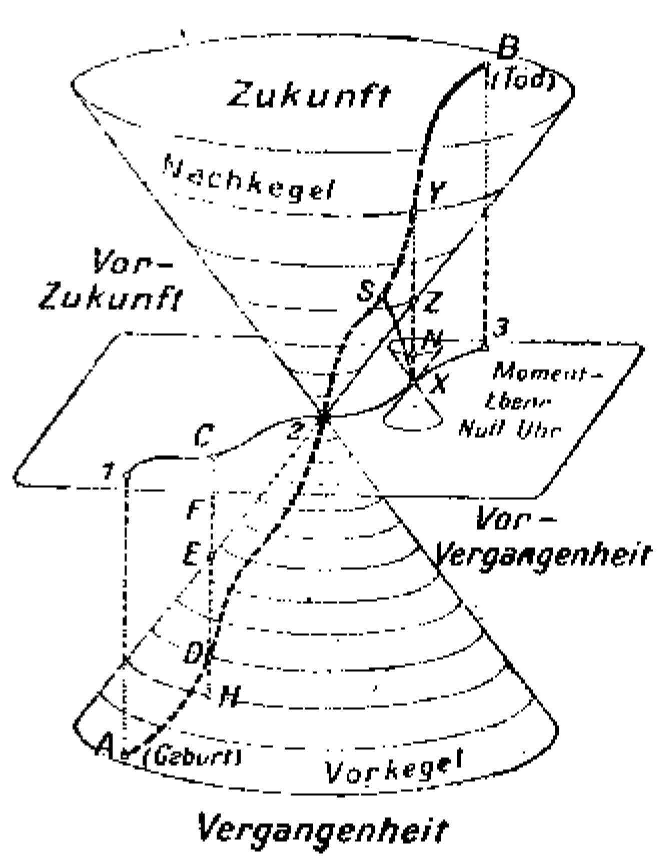
至於明可夫斯幾的幾何，則不然。在他的幾何內，其『基本不變值』則為

$$S^2=x^2-c^2t^2$$

(四)前圓錐與後圓錐的意義，我們可用下圖，再詳細說明。設有一個物體，他生平的事蹟，都在一個平面上。換言之，即謂：他自生至死，他所經過的地點，都在一個平面上。假設我們將這些地點，通同連綴起來，如此，則我們必會得着一根曲線。這根曲線，就譬如圖上所畫的曲線（由1至3）。某個物體，他在某地，他必有一定的時間。假設我們再將當地的時間，都通同畫起來，或朝上面，或朝下面，如此，我們又會得一根曲線。這根曲線，就譬如圖上所畫的AB線（由A至B）。

這根曲線，就是明可夫斯幾所謂之宇宙線。這線上的各點，就是明可夫斯幾所謂之宇宙點。每個宇宙點，他都有他特定的地位與時間。

第十四圖



Vorkegel = 前圓錐

Nachkegel = 後圓錐

Vergangenheit = 過去

Zukunft = 將來

Vorvergangeuheit＝前過去

Vorzukunft = 後過去

凡算時間，必須有個起點。假設我們以某物在地點（2）的時間，為時間的起點，如此，則在（2）以上之點，對於（2）為將來，在（2）以下之點，對於（2）為過去。

今假設在O的時間，有一條光線從（2）傳出，如此，則經過一定的時間，光線必到x點。假設我們在x點上，將光線所發的時間，更向上畫出，如此，則我們更得一個z點。這個z點，即是一個光線的宇宙點。

假設我們將光線所有的宇宙點，都連綴起來，如此，我們便得兩個圓錐，一即前圓錐，一即後圓錐。

因為光線的速度，據相對論的推論，是世界上極大的。所以凡從（2）所發生的事實，他的宇宙點，都必在圓錐以內，凡超出圓錐以外所發生的事實，皆與（2）無關。因此，宇宙點在平面之下，圓錐之旁者，對於（2）為『前過去』宇宙點在平面之上，圓錐之旁者，對於（2）為『前將來』

參考書

1 Einfuhrung in die theoretische Physik von A. Haas, Seite 180 ⟶ 187.

2. Die Relativitatstheorie Einsteins von Max Born, Seite 164 ⟶ 201. 此書論明可夫斯幾的圖說極詳斷，甚可參觀。

3. Die Relativitats theorie von haue, Seite 66 ⟶ 75 此書對於此點，亦極詳贍，甚可參觀。

4. Die Grundlagen der Relativitatstheorie von Rudolf Lammel, Seite 108 ⟶ 174.

5. Das Relativitatsprincip, von Lorentz, Einstein, Minkowski 此書內有明可夫斯幾的原著，亦極可參觀。

第八章　相對論上的新力學

（一）物質的變易

相對論的動機，即在欲使舊力學上的相對原理，也可以應用到電動學上去。相對論的成立，即在將時間絕對的概念取消，篤

利來的換標公式修正。這兩件事,眞正做了,相對原理,也果然可以應用到電動學上去了。但是,又發生一層困難。

為什麼呢?因為相對論成立以後,電動學上的運動等式,對於羅倫子的換標公式,誠然可以不變了。但是舊力學上的運動等式,對於羅倫子的換標公式,却不能不變。一部物理學,在一部分內,羅倫子的換標公式適用,在他部分內,葛利來的換標公式適用,覺得自然界也有界限一樣,這件事,據科學的常理論來,是不可能的。在前幾十年,力學派的勢力,尚在盛旺的時代,或者有人,還想要用力學的基本觀念,去解釋電磁現象,但到現在來,這種情形,完全變了。在這個時候,力學上的現象,我們常想用電磁學上的基本觀念去解釋。

因此,相對論上,即發生一個大問題,即是:舊力學上的運動等式,必如何修正,而後他對於羅倫子的換標公式,才可以不變?

依相對論的理論,假如我們將舊力學上的運動等式

$$\mathfrak{K}=\frac{d}{dt}\left(m\mathfrak{q}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

改為

$$\mathfrak{K}=\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\mathfrak{q}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

如此,則我們的目的,便達到了。

上面說的,是相對論的結果,下面且說他的證明。據明可夫斯幾的幾何,下面的等式,無論座標系如何變,他的值,終是不變的。

$$\mathfrak{K}=\frac{d}{d\tau}\left(m_0\,\mathfrak{y}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

這便是新力學上的基本運動等式,等式(2)所表的,僅是他的一部。在等式(3)中,

$\mathfrak{K}$ 所表者,為明可夫明幾的力(Minkowski=Kraft)。

τ 所表者,『為自身座標系』中的時間,『即自身時間』。

m_0 所表者,為『自身座標系』中的物質,即『靜止物質』。

$\mathfrak{y}$ 所表者,為明可夫斯幾的速度(Minkowski=Geschw-indig=keit)他的值,等於

$$\frac{ds}{d\tau}=\sqrt{\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2+\left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2+\left(\frac{dz}{d\tau}\right)^2+\left(\frac{dl}{d\tau}\right)^2}$$

明可夫斯幾的力,可分兩部,其一部為空間部,即:

$$K=\frac{d}{dt}\left(m_0\,\mathfrak{y}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

其一部為時間部,即:

$$P_1=\frac{d}{d\tau}\left(m_0q_1\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

我們試將空間部的 t 代以 t，η 代以 $\mathfrak{q}$。則得：

$$\mathfrak{P}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\frac{d}{d\tau}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}w\right)\cdots(6)$$

若以 $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ 則得：

$$K\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\frac{d}{dt}\left(m\mathfrak{q}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

（一）設以 $q_x=\frac{dx}{d\tau}$；$q_y=\frac{dy}{d\tau}$；$q_z=\frac{dz}{d\tau}$；

則得 $q_x=\frac{dx}{dt}\cdot\frac{dt}{d\tau}$；$q_y=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{d\tau}$；$q_z=\frac{dz}{d\tau}\cdot\frac{dt}{dt}$；

若以 $\frac{dx}{dt}=v_x$；$\frac{dy}{dt}=v_y$；$\frac{dz}{dt}=v_z$；

則得：$q_x=v_x\cdot\frac{dt}{d\tau}$；$q_y=v_y\cdot\frac{dt}{d\tau}$；$q_z=v_z\cdot\frac{dt}{d\tau}$；

又因 $\frac{dt}{d\tau}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

故得：$q=q_x+q_y+q_z=(v_x+v_y+v_z)\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{\mathfrak{q}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

此式與等式（1）相同，故又可作爲

$$\mathfrak{K}=\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\mathfrak{q}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

這便是新力學上的運動等式，我們在前面曾經說過的。據此式看來，我們便可知道，力學上的物質，他并不是一成不變的。他的大小，與速度有密切的關係，速度愈大，物質之增漲也愈大。假如物體之速度，與光的速度相等，如此，則物質（即隋性抵抗力）便變成無窮大了。我們在第五章裏，曾經說過，光的速度，是世界上最大的速度，當時我們祇是在數學上推論；還不知道他物理上的原因，所以我們當時對於此點，往往異常懷疑；及到現在，他的原因，也豁然昭露，我們也用不着疑惑了。

還有，假使我們在等式（8）中，將 $v^2<c^2$ 或將 $v=0$，如此，則等式（8）即變成舊力學上的運動等式，所以新舊力學，他們

倆并不互相衝突，不過舊力學包泛不廣，他僅是新力學中一種特殊情形罷了。

上面說的，是物質的變易，(一)這件事，已經大反乎舊力學上的觀念了。但是，相對論新奇的結果，還不止此。相對論說，物質的大小，是隨着方向變的，『與運動方向相同』的物質，他與『與運動方向垂直』的物質，他們倆係完全不相同的。

這件事，我們試證明一下！假設我們將等式 8) 在時間上微分之，則得：

$$\mathfrak{K} = \mathfrak{q} m_0 \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) + \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{d\mathfrak{q}}{dt} \quad \cdots(9)$$

假設我們將此等式再分為兩分量，一與運動方向相同，一與運動方向相異（即垂直），如此，則與運動方向相同的分量，必為：

$$K_1 = \frac{v m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{v}{c^2} \frac{dv}{dt} + \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{dv}{dt} \quad \cdots(10)$$

若以 $\frac{dv}{dt} = b_1$ 則得：

$$K_1 = \frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \cdot b_1 \quad \cdots\cdots(10)$$

與運動方向垂直的分量必為

$$K_2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\, b_2 \quad \cdots\cdots(11)$$

設我們以 $K_1/b_1 = m_1$，$K_2/b_2 = m_2$，則得：

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= \frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \\ m_2 &= \frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(12)$$

在此等式中，因為 m_1 與運動方向相同，所以我們命他為『橫物質』(Longin=tudinale masse)。因為 m_2 與運動方向垂直，所以我們命他為『直物質』(Transversale Masse)。據上式看來，我們便知道物質在各方向的大小，是不相等的，也瞭然了。(二)

(一)物理上物質的意義，與常用的意義，迥異。物理上所謂物質，

卽謂惰性抵抗力，換言之，卽力與加速度二者之比例數。(Verhaltniszahl)

(三)上面的證明，恐怕過於簡單，不易明瞭，下面試再作一個較詳的證明。

有一物體，他在 K' 座標系內的『靜止物質』爲 m_0，在 $t'=0$ 的時候，他爲外力 K', y' 衝動。因爲他速度甚小的原故，所以我們可作：

$$\frac{d}{dt'}\left(m'\frac{dx'}{dt'}\right)=x';\ \frac{d}{dt'}\left(m'\frac{dy'}{dt'}\right)=y' \cdots(13)$$

假設我們以 $t'=0$ 的時候，有下面的條件，

$$t=0;\ m'=m_0;\ \frac{dx'}{dt'}=0;\ \frac{dy'}{dt'}=0 \cdots(14)$$

則可得：

$$m_0\frac{d^2x'}{dt'^2}=x';\ m_0\frac{d^2y'}{dt'^2}=y' \cdots\cdots(15)$$

現在的問題，便是這兩個等式，他們在K座標系中(x y z t)其形式如何？

爲這個目的，我們可借用『下降律』

$$S=\frac{1}{2}gt^2 \cdots\cdots(16)$$

從『下降律』中，我們可得：

$$S'=\frac{1}{2}\frac{d^2x'}{dt'^2}\left(\Delta t'\right)^2 \cdots\cdots(17)$$

$$S=\frac{1}{2}\frac{d^2x}{dt^2}\left(\Delta t\right)^2 \cdots\cdots(18)$$

因

$$S=\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,S';\ \Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c}}} \cdots(19)$$

故等式(18)變爲

$$S'=\frac{1}{2}\frac{d^2x}{dt^2}\frac{(\Delta t')^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \cdots\cdots(20)$$

以此式與等式(17)比較，則得：

$$\frac{d^2x'}{dt'^2}=\frac{d^2x}{dt^2}\frac{1}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \cdots\cdots(21)$$

從『下降律』，我們又可得：

$$S'=\frac{1}{2}\frac{d^2y'}{dt'^2}\left(\Delta t'\right)^2 \cdots\cdots(22)$$

$$S=\frac{1}{2}\frac{d^2y}{dt^2}\left(\Delta t\right)^2 \cdots\cdots(23)$$

因 $$S=S' \;;\; \Delta t=\frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdots\cdots\cdots(24)$$

故等式(23)變爲：

$$S'=\frac{1}{2}\frac{d^2y}{dt^2}\frac{(\Delta t')^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

以此式與等式(22)比較，則得：

$$\frac{d^2y'}{dt'^2}=\frac{d^2y}{dt^2}\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

若以等式(21)與(26)之值，代入等式(15)則得：

$$\frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\frac{d^2x}{dt^2}=x' \;;\; \frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}\frac{d^2y}{dt^2}=y'\cdots(27)$$

據電動學的理論，我們知道：

$$x=x' \;;\; y=\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,y'\cdots\cdots\cdots(28)$$

故等式(27)又可爲：

$$\frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\cdot\frac{d^2x}{dt^2}=x \;;\; \frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\cdot\frac{d^2y}{dt^2}=y\cdots(29)$$

但等式(29)又可作爲：

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{dx}{dt}\right)=x \;;\; \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{dy}{dt}=y\cdots(30)\right.$$

爲什麼呢？因爲我們若將等式(30)在時間上微分之，則得：

$$\left.\begin{array}{l}\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{dx}{dt}\right)=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{m_0\frac{v}{c}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\\ \frac{d}{dt}\left(\frac{v}{c}\right)\cdot\frac{dx}{dt}\\ \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{dx}{dt}\right)=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{m_0\frac{v}{c}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\\ \frac{d}{dt}\left(\frac{v}{c}\right)\cdot\frac{dy}{dt}\end{array}\right\}(31)$$

因爲在 $t=0$ 的時候，

$$\frac{dx}{dt}=v\,;\; c\frac{d}{dt}\left(\frac{v}{c}\right)=\frac{d^2x}{dt^2}\,;\;\; \frac{dy}{dt}=0$$

故

$$\left.\begin{array}{l}\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{dx}{dt}\right)=m_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+\right.\\ \left.\frac{\left(\frac{v}{c}\right)^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\cdot\frac{d^2x}{dt}\,\frac{d}{dt}\\ \left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{dy}{dt}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{d^2y}{dt^2}\right.\end{array}\right\}(32)$$

此等式與等式(13)相似，他不是別的，他就是我們所欲求得之『在K座標系中的運動等式』

(二) 能力的隋性

據相對論的推論，力學上的基本運動等式，既已變了。據理論來，由此『已變之基本運動等式』所發生的結果也不能不變。論理上，既不能不如此了，實際上，也確實已經做到。

假設我們將舊力學上的基本運動等式，

$$\mathfrak{K}=\frac{d}{dt}\left(m\,\mathfrak{q}\right)\cdots\cdots(33)$$

積分之，便得通常所謂的能力不滅律：

$$\mathfrak{K}\mathfrak{q}=\frac{dL}{dt}\cdots\cdots(34)$$

在此式中，L所表者，為『效能力』(四)(Kinetische Energie)

$$L=\frac{1}{2}m\,v^2\cdots\cdots(35)$$

現在我們試將新力學上的基本運動等式，

$$\mathfrak{P}=\frac{d}{dt}\left(m_0\eta\right)\cdots\cdots(36)$$

也積分一下，看他的結果，如何？

為這個目的，我們可將等式(36)分為兩部，一為空間部，一為時間部：

$$\left.\begin{aligned}P&=\frac{d}{d\tau}\left(m_0\eta\right)=m_0\frac{d\eta}{d\tau}+\eta\frac{dm_0}{d\tau}\\ P_1&=\frac{d}{d\tau}\left(m_0q_1\right)=m_0\frac{dq_1}{d\tau}+q_1\frac{dm_0}{d\tau}\end{aligned}\right\}(37)$$

設我們將空間部，用η乘之，將時間部，用q_1乘之，乘後，更將兩部相加，如此，則得：

$$\mathfrak{P}\eta+P_1q_1=m_0\left(\eta\frac{d\eta}{d\tau}+q_1\frac{dq_1}{d\tau}\right)+\frac{dm_0}{d\tau}\left(q^2+q_1^2\right)\quad(38)$$

又因 $$\eta\frac{d\eta}{d\tau}+q_1\frac{dq_1}{d\tau}=\frac{1}{2}\frac{d}{d\tau}\left(q^2+q_1^2\right)\cdots\cdots(39)$$

$$q^2+q_1^2=q^2=-c^2\cdots\cdots(40)$$

故 $$\mathfrak{P}\eta+P_1q_1=-c^2\frac{dm_0}{d\tau}\cdots\cdots(41)$$

假設我們以m_0，在時間上，係不變的，如此，則

$$\mathfrak{P}\eta=-P_1q_1\cdots\cdots(42)$$

又因 $$\mathfrak{P}\eta=\frac{\mathfrak{K}\mathfrak{q}}{1-\frac{v^2}{c^2}}\cdots\cdots(43)$$

$$P_1q_1=-\frac{c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{d}{d\tau}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)\cdots(44)$$

或 $$P_1q_1 = -\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{\frac{v^2}{c^2}}}\right) \cdots\cdots(45)$$

故從等式(42)可得:

$$\delta\mathfrak{A} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(46)$$

若以此式,與等式(34)比較,我們便可知道:假設我們以

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(47)$$

則我們便可以將能力不滅律保存,而且,

$$L = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \text{konstant} \cdots\cdots\cdots\cdots(48)$$

在此式中, $\text{konstant} = -mc^2$, 故

$$L = \left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2\right)$$

或 $$L = c^2\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0\right) \cdots\cdots\cdots\cdots(49)$$

若我們再以 $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ 則得:

$$\left.\begin{array}{l} L = c^2(m-m_0) \\ \text{或} \quad (m-m_0) = \frac{L}{c^2} \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(50)$$

這便是相等論上一個極重要的結果。這個結果的意義,卽謂:物質的變易,與『效能力』有密切的關係。在運動的時候,物質所以增加,其原因卽在能力增加,所以物質在自然界中,他不是別的,他就是所有一切能力的表現,因此,物理學上的物質不滅律,與能力不滅律,他們倆并不是獨立不倚的,到現在來,他們倆,也揉成一氣了。

最終,我們還須將這章實驗的成績,略說幾句。舊日的物理學,以爲物質係不變的,據今日的理論物質却非變不可了。舊日的物理學,以爲『效能力』是一種特殊的能力,據今日的理論,他却是各種能力增加的表現罷了。像這樣反常的理論,專靠數學的證明,是不充足的,我們尤賴有實驗,用來佐證。

果然,物質變易的理論,在 1909⟶1910 之間,已爲[illegible]歇列

兒與覊蒲加證明了。惰性能力的理論，在現在的原子論中，已成了不可放棄的一種武器了。這都是相對論的成功。

（四）能力，凡分兩種，一為（Potentielle Energie）一為（Kinetische Energie）前者有儲能之意，故曰『儲能力』後者有效能之意，故曰『效能力。』

參考書

1. Eiufuhrung in die theoretische Physik von Artbur Haas, Seite 188 ⟶ 197,
2. Atombau u Spektrallinsen von ArnoldSomucerfeld, Seite 317 ⟶ 323.
3. Das Relativitatsprincip von Max Born, Seite 186 ⟶ 193.
4. Euifuhrung iu de Relativitats Theorie von W Bloch, Seite 80 ⟶ 82.
5. Das Relativitatspheoric von Laue, Seite 196 ⟶ 199.

讀國內相對論著述以後的批評

魏嗣鑾

相對論自成立以來，國內外著述論之者極夥，綜其數，蓋以百千計也。嗣鑾到德後，從事他學，於相對論，未嘗專習，故其論著得讀者，亦甚尠。以所見者論之，有善者，有未盡善者，甚至有甚不善者。有與己意相符者，亦有與己意相刺謬者。謹以國內著述，見聞所及者為首，論列如后。

（一）安斯坦相對主義（改造相對論號）

此文大要，在言相對之義，第四量之旨。能近取譬，是其所長。違反原意，是其所短。綜前後觀之，允當者極少，而尤以論第四量為甚。

『安斯坦相對主義文中』（五四頁）有云，『總而言之，在你身上的眼睛看東西只見三量，就是「長」「高」「寬」再也沒有了，你飛。的。那。隻。眼。睛，可。非。但。看。見。三。量。而且看見。第。四。量。——就是我們平常看。不。見。的。「時。間，」也。變。成。量。了。』作者於最末數語，特加重圈。一若其義，異常重要者，自鄙意視之，殊未見其是也。

四量空間之說，來源已遠，而以時間與空間同科，因之而構成四量幾何者，則起自明可夫斯幾。彼明可夫斯幾所以使時間為軸，而與空間各軸等列者，非謂時間之為量，與空間相等，甚至有時可以目視也。其意，蓋謂自相對論成立以來，空時關係，日益密切，舍空無時，舍時無空，其關係之密切，既已如此，故特採成一氣，以便運算。自鄙意視之，其誼之所底，止於此耳。

今有物於此，其形為圓球。若自『飛的眼睛』觀之，主相對論者則曰，是『飛的眼睛』所見必為橢球。據相對論之義，『飛的眼睛』其所見者，止此而已，第四量的時間相對論不謂可見也。再有兩事於此，其發生為同時。若自『飛的眼睛』觀之，主相對論者則曰，是『飛的眼睛』所見必非同時。據相對論之義，『飛的眼睛』其真能見者，亦僅其鐘錶之時針，與『身上的眼睛』等耳，至於第四量的時間，一若空間者，相對論亦不謂可見也。故時間之為量，自數理觀之，誠可與空間同科，若自實際觀之，則空間自空間，時間自時間，時間之不可以目視，無間相對論之發生與否，要不可得而更也。

抑其義不止此。明可夫斯幾之空時說，其用亦徒限於物質界耳，若在精神界，則明可夫斯幾之說，絕不可用。(一)蓋精神界之現象，與空間量無關。譬如我喜，無長短厚薄可言也，而其在時間量中，自若。譬如君愁，亦無方圓大小可言也，而其在時間量中，亦自若。故時間之為量，在精神界中，雖無空間，亦能獨立。謂空時必連合而後能獨立者，是不承認精神界也。

然而，猶不止此。在物質界中，空時誠非相倚不立，但空時為軸，則絕不可混。在三量幾何中，空間三軸，常可互易，雖時彼時此，不相害也，至於四量幾何，則不如此。在四量幾何中，空時各軸，各有界域，絕不相犯。如在明可夫斯幾之羅倫子換標公式圖說中，時間軸在圓錐之中，空間軸在圓錐以外。此圓錐之判別兩軸也，如鴻溝之劃分楚漢而不可侵。故卽在數理中，空時兩軸，亦未相等，至於時間軸不能目視，更無論矣。

(一)明可夫斯幾在其名著『空時』中，曾曰，自此以往，空時自身，當降入暗影，其能保存獨立性者，惟空時二者連合而已。

『安斯坦相對主義』文中（五四頁）又云，『要是你全身在空間飛動，速度時常改變，有時相近光的速度，那時你就可以看見四量的現象』此數語，不知何指？所指者，爲特殊相對論乎？則速度不應時常改變。以速度改變，必須加速度，而加速度，非特殊相對論之所論也。所指者，爲普通相對論乎？則以文意論，又似若與普遍相對論無關者。文中又言四量的現象，所謂四量的現象，亦不知何指？意其爲時間乎？時間之不可以目視，已如上述矣。然則其鐘錶之指針乎？鐘錶指針之可視，在靜止中已然，夫何待於全身飛動？夫何待乎速度改變？更何待於與光的速度相近？不僅此也，據相對論之義，凡運動之物體（譬如火車）苟其速度果等速，其軌道果平直者，則其速雖近於光，而其上觀察者所觀察之事物，（指在車中之事物）仍與在靜止中爲均，此事物之或爲力學的，或爲電學的，不論也，蓋相對論之義如此。使因運動而事物之現象或變也，則動靜之判有衡，適成絕對之說，更何云相對？

『安斯坦相對主義』文中，多用譬喻，但允當者絕少，使人誤會者居多。如劈頭卽曰，『譬如你說那姑娘好看，我們說他不好看，這是因爲我們各人有自己（主觀的）標準，所以好看不好看都是相對而非絕對的』（五三頁），此誠爲相對矣，然而非相對論之所謂相對也。所謂相對論之相對者，蓋以觀察者之座標系爲衡。使觀察者之標座系同也，則雖千萬人，其所見必同，其人主觀之心理如何，相對論不問也。使觀察者之座標系異也，則雖千萬人，其所見必異，其人主觀之心理如何，相對論亦不問也。故相對論之相對：祇問觀察者之地位如何？觀察者之主觀的心理，不與焉。據原文之意，有若相對論之旨，頗與主觀的心理有關者，竊以爲有失相對論之旨，讀者所當愼重研究者也。

又文中有云（五四頁），『……最近的時候，他那高低長短闊狹，都很清楚，但是他飛得遠，你覺得身子愈扁起來……』，此亦誠相對矣，然而亦非相對論之所謂相對也。蓋相對論之相對，在精審之積測，而不在感覺之昭示。感覺上之相對，如物遠則其體積小，物近則其體積大者，前人言之已詳，（在物理上，講凸凹鏡時，必言其理。）安斯坦對之，無所損益也。

文中譬喻，類此者，殆難備舉。自鄙意視之，皆未審當。顧僕亦初學者，是非曲直，未敢自許，未知讀者對此何如也？

文中前後矛盾處，甚多，茲特舉其最顯著者。如五四頁，謂第四量有時可見而五六頁又曰，『你要是去問明考賀斯幾最先發明第四量的人……總而言之，那是一種數理的推論……這第四量，也就是一個符號，這個符號，也不能翻做一件有稜有角的東西……第四量，是不可思議，』如此，則第四量又若徒為數學上之符號，而不可以目覩者。未知作者對於第四量之意象，果何如也？

文中不可了解處，甚多，茲特舉其最顯著者。如五七頁云，『但是我們從來不覺得這第四量，是什麼原故呢？那是因為在地上的人，永遠不能察覺那「時量」的不一致』，第四量與『時量』是一乎？是二乎？謂其為二，則第四量與『時量』，究生何種關係？且何以不能察覺『時量』的不一致，即不能覺得第四量也？如謂為一，則第四量與『時量』，又似若有因果關係，而絕非同一者。如六二頁云『力，時間，空間，動，都是看不見，覺不得，嗅不出的一種概念』。概念之何以成，在邏輯上言之已詳，姑不具論，即以淺近之例論之，如風起，如雲湧，皆動也，此動豈不可以見乎？如山崩，如地陷，皆力之效也，此力豈不可以覺乎？即以物理學上動力之定義論之，物理學作『動』之定義曰，『動也者，某物對於某座標系之地位在時間上的更換也。』地位更換之可以目覩，有目者，當無不承認之，而作者乃謂僅為一種看不見的概念，此則私心所絕不了解者也。物理學作『力』之定義曰『力也者動之因也，』力之本身，雖不可見，而其效，則固無人不能覺也，而作者亦謂其僅為一種覺不得的概念，此亦私心所絕不了解者也。（『動』與『力』兩概念，潘加勒在其『科學與假設』中，論之甚悉，讀者可參觀。）

（二）物之分析（北京大學新知書社出版）

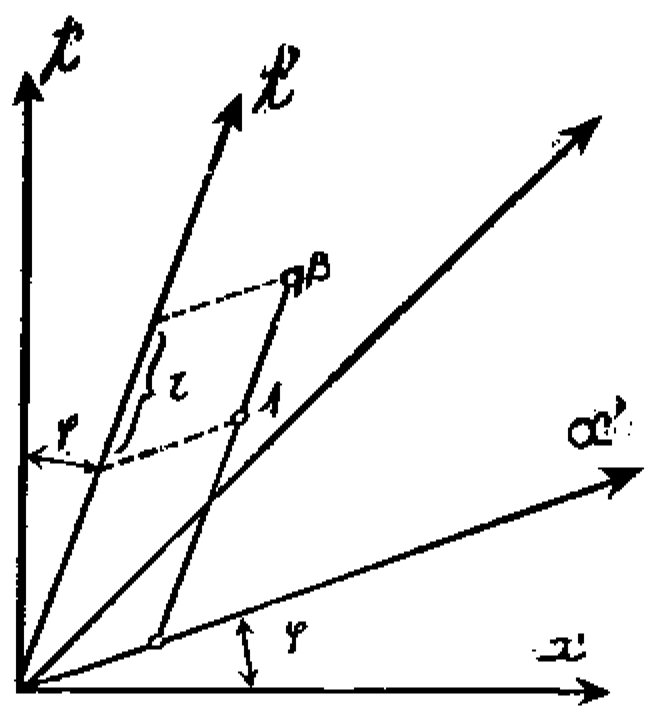
羣衆講演，與專門著述，性質異。專門著述，在闡發新理，羣衆能索解否，非其所計。至若羣衆講演，則務在淺明其辭，期於領悟。物之分析，羅素之羣衆講演也，而羣衆誠能領悟者，必少。如開宗即論『分離』（一）『分離』，者明可夫斯幾四量幾何中之術語也，

（一）『分離』，德文名『基本不變值』

當安斯坦時間相對之義未明，羅倫子換標公式之旨未著，忽以『分離』示之，是未能學步而遽欲以疾走，能了解者，必無幾人。

羅素講演，忽淺忽深，謂為通俗之講演，而內中之公式，有非數理極深，不能澈悟者。謂為科學之講演，則內中復多淺喻，又似若為羣衆而設者。羅素於講演，或嘗致力矣，然吾甚恐其勞力與效果不稱也。

物之分析中，亦有不甚明瞭者。如二六頁云『這兩樁事情，彷彿只有時差』二七頁又云『這兩樁事情，彷彿祇是空間的不同。』兩樁事情，有時差即有時差，有位差即有位差，無所謂彷彿，物理學者，實事求是之科學，更無所謂彷彿也。以己意揣之，『時間性的分離』與『空間性的分離』當作下解。請先論『時間性的分離!』今有AB兩事於此，其分離為 $c^2t^2-x^2>0$。如此，則吾人可設擬一座標系焉，其時間軸與AB平行，其空間軸則依羅倫子換標公式安排。如此，則此兩事對於此座標系，以地位言，則同位，以時間言，則異時。故所謂『時間性的分離』者，非謂彷彿祇有時差也，蓋謂吾人可設擬一座標系，在此座標系中，此兩

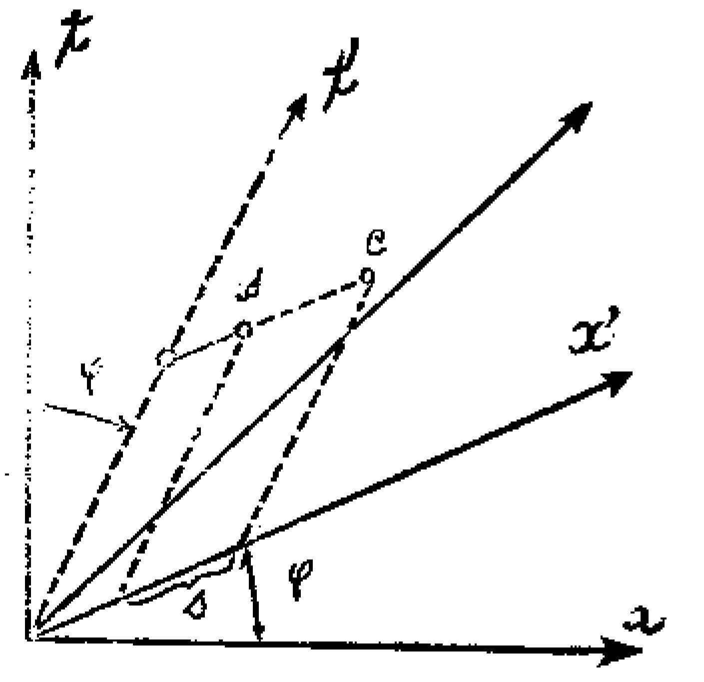


空間距離＝0
時間距離＝τ

事對之，徒有時間之差也。以數學上之術語言之，蓋謂無論如何，皆可設擬一座標系，其時間軸與AB之『宇宙方向量』相重合，或平行也。以日用上之習語言之，蓋謂某事之進行，較光為遲，其由A達B在事實上為可能也。

今請繼論『空間性的分離!』今有兩事AC於此，其分離為 $c^2t^2-x^2<0$，如此則吾人可設擬一座標系焉，——亦僅可設擬一座標系焉，——其空間軸與AC平行，其時間軸，則復依羅倫子換標公式安排。如此，則此兩事對於此座標系，以空間言，為異位，以時間言，為同時。故所謂『空間性的分離』者非謂彷彿祇有空間的不同也，蓋謂吾人可設擬一座標系，在此座標系中，此兩

事對之，徒有空間之差也。以數學上之術語言之，蓋謂無論如何，皆可設擬一座標系——亦僅能設擬一座標系，其



空間距離 = s
時間距離 = 0

空間軸與AC之『宇宙方向量』相重合或平行也。以日用上之習語言之，蓋謂某事之進行，較先為速，此在事實為不可能，因此，AC兩事絕無因果之關係也。(一)

國內言相對論者，以此文最爲深至，其解釋議論，皆能一本學理，此實可深喜者也。惟篇首言因果律處，又頗與己意刺謬，因果律在物理學中，關係極鉅，此義不明，諸理皆廢，故苟重為申論，或不為徒然也。

作者之意，以為自然為變，與特殊之時間無關，苟環境不變，則現象亦必不變，此其為理，誠無以易。然反而言之，設環境果變，則現象亦必隨之而變，此其為理，亦無以易也。作者之意，以為環境苟不變化，則御此現象之定律，必不能直接含「+」，此其為理，固亦甚明。然環境苟變，則御此現象之定律，必須直接含「+」，此其為理，亦顛撲不破者也。

以電動學言之，今有電磁一具於此，(二)其身嘗為一『與時變遷的電流』所周流，此種動作，苟以微分方程式表之，其中必直接含「+」，據作者之意，則此微分方程式，必與因果律衝突，然而自昔至今，固未嘗聞物理學家有為此言者也。以力學言之，試有機械一具於此，其身嘗為一『與時變遷之彈簧』所推動，此種動作，若以微分方程式表之，其中亦必含「+」，據作者之意，則此微分方程式，亦必與因果律衝突，然而此類方程式，研究之者實夥，

(一)現在物理上，不承認『遠效』之說，故兩事發生，時同而地不同，則兩事必無因果關係。

(三) 相對律的概念及其由來 (學藝第三卷第一號與第二號)

亦從未聞其違反因果律也。

故『動作微分方程式』，其直接含 t 與否，與因果律無關。使其動作之力，自身與時爲變也，則表此動作之微分方程式，其中必直接含 t。(二)使其動作之力，自身爲固定的或不隨時爲轉移也，則表此動作之微分方程式，其中必不直接含 t。在此兩種動作微分方程式中，其一含 t，其一不含 t，而不悖因果律，則一焉。故作者謂『因果律所要求的是這些微分方程式裏面，不能直接含有 t 的關係，』僕殊以爲不合事實，且似悖於理也。

『動作微分方程式』其直接含 t 與否，與因果律無關，前既言之矣。若更以『動作微分方程式』自身言之，其義當益明。所謂『動作微分方程式』不直接含 t，其義作何解乎？(三)亦若曰，某質體之『加速度方向量，』雖隨地爲變遷，而不偕時爲轉移，易言之，卽各地有各地之『加速度方向量，』而各地之『方向量，』却始終不變也。所謂『動作微分方程式』直接含 t，其義作何解乎？(四)亦若曰，某質體之加速度，其方向與大小，不僅隨地而異，而且與時不同，易言之，卽同一地點，而其方向量，可前後殊致也。

今試觀自然之變化，爲何如？苟以純理論之，其方向量不僅無地不變，而且無時不變，物理學所以多言隨地爲變之方向量者，非謂自然之變化，多僅隨地爲變而已也，誠以如此，則計算較易，而且在一定範圍中，對於自然現象之研究，亦殊精確有餘也。

故御自然現象之微分方程式，苟以純理論之，則含 t 者其常，不含 t 者其偶，其不含 t 者，以物理學家便於運算之故，特設種種條件：使『使 t 出現之成分，』可以棄去不用耳。或使當時出現之力，皆歸納至於本『動作系』中，因此可以將 t 免去耳，不然則『動作微分方程式』中，固當有 t 者也。

雖然，欲將當時出現之力，皆歸納至於本『動作系』中，其時亦至有限也，苟嚴格計之，則其勢非將全世界之力，皆兼觀并察之不可，此又絕對不可能者也。(五)

作者又謂此爲噶喇略奈端的空時觀。噶喇略時無微分算，其不能研究微分方程式問題，可以想見。奈端雖爲發明微分算之一人，而其解釋力學現象也，仍多用『總合方法，』少用『分析方法，』(六)卽以其所下時空定義而論，亦絕不含『微分方程式直接含 t 與否』之問題。故作者謂『微分方程式不直接含

t，始與因果律相合。』為嘎利略與奈端之時空觀，僕則竊疑此言之未信也。

(一) Ein Elektromagnet, welcher von einem in gegebener Weise zeitlich sich andernden strom umflossen wird.

(二)物理學中此種動作，種類實夥，試以淺明者為例。振動論中，有所謂『強迫振動』者德文曰 die erzwungene Schwingung，其力不屬於本『動作系』中，而實受制於他力，如此力自身為一三角函數，則表此動作之函數，必為 $\frac{d^2x}{dt^2}+k\frac{dx}{dt}+a^2x=p^2\sin(qt)$。在此方程式中，雖直接有 t，而於因果律，則毫無衝突也。

(三)例如 $\frac{d^2p}{dt^2}=f_1(p_1, p_2, p_i \cdots\cdots P_n)$

(四)例如 $\frac{d^2p}{dt^2}=f_2(t, p_1, p_2 P_i \cdots\cdots P_n)$

(五) man konnte zwar dem Kausalitatsprincip genugende Gleichungen stets als Eliminationsresultat von solchen auffassen, die t nicht enthalten. Doch hierin liegt gerade eine grosse Schwierigkeit; denn in diesem Falle wurde die Eliminationsarbeit endlos werden.

(六)見 Mach 所作『力學之進化』之 die analytische mechanik 章中。

我所知道的安斯坦

王光祈

以不懂相對論的人，為發明相對論的安斯坦作傳，這是何等困難的事！但是相對論的原理我雖不很了解，而安斯坦的生平我却知道一點。好在我的朋友魏時珍已經把相對論詳詳細細的在前面介紹了，我現在只談談安斯坦的生平，作成這篇『我所知道的安斯坦』。

阿爾伯(名)安斯坦(姓) Albert Einstein 是一位猶太人。一八七九年三月十四日生於南德意志的烏爾模 Ulm 地方，(烏爾模屬於德意志聯邦中之Württemberg 邦，為德意志要

塞之一）。所以世人把他算作德國人。後來他移居瑞士成了瑞士市民，所以又有人把他算作瑞士人。在歐洲的猶太人因他們民族環境的關係，大概都是抱國際主義的。尤以我們這位安斯坦先生對於這種國籍問題，更絲毫不加注意。因為他的思想已經跑到這個小小的地球以外去了。

安斯坦誕生後不久，他的父母便由烏爾模搬到門與 München（屬於德意志聯邦中之巴燕）。我們這位學者的少年黃金時代，便在那兒度過了。到了十五歲，遂赴瑞士留學。進阿老Aarau 地方（屬瑞士）的中學校，與楚里徐 Zürich 地方（屬瑞士）的工藝學校。他的數學物理，便在那兒學的。他對於相對論這個問題，在那個時候便起首研究了。而且從那時起，便沒有一刻工夫把這個問題放下。但是他的思想雖如此深銳。他的胆量雖如此宏大，然而他的表面上却是深藏不露。不但一般同學瞧不起他，便是一般教員亦不了解他。當時安斯坦有一位教員叫做明可夫斯幾 Minkowski 的，後來成了相對論學者中的健將。但是他當時對於安斯坦之為人，亦忽略過去。當安斯坦名震世界的時候，明可夫斯幾曾有一次，用著詼諧口吻，向波爾 Born 君說道；『我有一點不敢相信安斯坦，我覺得他在楚里徐的時候，並不懂甚麼』。照此看來，安斯坦少年時，是一個何等誠實好學的學生！

一九零二年，安斯坦由工藝學校畢業了。他便在擺耳 Bern（瑞士地名）專利局中，充當一位工程師，担任考察估量專利品的職務。每月所得薪水甚少。但是在這種冷淡生涯中，他對於『分子物理學的基礎問題』之第一次大工作。便成功了。世人對於安斯坦，差不多只知道他是一位相對論的創造者。其實安斯坦於物理學上還有很多貢獻。譬如他第一次大工作裏。關於『滂浪運動』Brownsche Bewegung 的，便是現今物理化學界所盛行的『原子新論』之先河。

一九零五年安斯坦在一個物理學雜誌上發表了一篇『特殊相對論』範圍雖小而內容甚富。同時他又致力於『勃朗克分量論』Plancksche Quantentheorie 與『光量』Lichtquanten 之定律，為後來物理化學界所奉為圭臬的。安斯坦有一次曾經向乃木兒（Lämmel）說道『特殊相對論』『最困難的時候，他在屋子內跑來跑去，整整跑了一個月。並

且常常自己問自己道：『究竟在什麼地方藏着一點東西？』Wo steckt hier etwas? 『究竟是什麼東西藏在後頭？』 Was steckt überhaupt dahinter? 我們這位跑來跑去的安斯坦先生，天天想天天問，終被他想穿了，回答出來了。從前奈端發明地心攝力時，是臥在一根蘋果樹下；安斯坦發明『特殊相對論』時，却在屋內亂跑，他們兩人這種臥法與跑法，眞是有趣！

一九零八年自然研究會 Naturforscherversammlung 在奧大利的薩爾池堡 Salzburg 開會，安斯坦的學說第一次成爲物理界中的中心論點。一九零九年安斯坦被聘爲楚里徐大學的特別教授。一九一一年到奧大利之卜魯改 Prag 充當總教授。但是一九一二年又依然回到楚里徐了。

安斯坦與德國物理學者泰斗勃朗克 Planck 不但是在科學界共同工作，而且是很親密的朋友。所有勃朗克與其他柏林物理學者，都想將安斯坦收爲己有。以張其軍。一九一四年安斯坦移居柏林，繼 Van't Hoff 之後，担任普魯士大學教授，同時並担任威廉皇帝物理學會之會長。

一九一五年安斯坦的『普遍相對論』發表了。當他研究『普遍相對論』的時候，謝絕一切，專心壹意，從事他那種不朽的工作。有一位德國著名物理學家所買費兒提 Sommerfeld 寫了一封信與他，直到數月之後，他將『普遍相對論』完成了，他才回信。那封回信上說道：『朋友！你不要多心，我今天才回你的信。在這最後一月之中，是我生平最受刺激，最爲努力的時候，亦是我最成功的時代，所以我當時不能用思想與你寫信。我知道我從前所用的地心攝力之『區分方程式』Feldgleichungen der Gravitation，是完全不可靠的，並且知道只有附着李翡之『普通苦瓦里冷理論』Allgemeine Kovariantentheorie Riemanns 始能得滿意之解決。可惜這種謬誤，我已在大學著述中把他弄成大錯了！』後來所買費兒提又去信反對安斯坦的『普遍相對論』。安斯坦又回信說道，『假如你已經研究過『普遍相對論』，你一定相信是對的，所以我也用不着辯護。』但是『普遍相對論』雖發表了，而安斯坦却亦勞心過度，大病而特病了。

因爲戰爭的關係，民族間生了許多隔閡，致使安斯坦不能親身參加『日蝕遠征隊』以試驗他的理論。但是當時波爾君曾問

安斯坦道：『假如實驗不合，君將如何？』安斯坦用一種很鎮靜的態度答道，『那就奇怪了！』Da würde ich mich sehr wundern。足見安斯坦自信之强，後來實驗結果，安斯坦果然大奏凱歌。

安斯坦的相對論既奏凱歌。科學界遂另開一新紀元。於是一般崇拜安斯坦的學者，遂恭維安斯坦是哥白尼是奈端，因此又激起一種反感。本來安斯坦相對論在德國科學界中，可分三派。第一派研究數理的人，大半都贊成相對論。大凡研究數理的多注重理論，而研究物理的則偏重實驗。相對論係用高深的數理來證明，在理論上非常圓滿，所以一般研究數理的學者大半贊成相對論。第二派研究物理的人有一部分頗反對相對論。研究物理的人既偏重實驗，對於高深數理遂不甚注意。故一部分德國物理學者對於相對論之數理既不能領略，因而對於相對論遂大加攻擊。第三派是折衷派。說相對論在數理上是很圓滿的，而在物理上則不必盡合。因爲數理是『非矛盾律，』而物理則爲『因果律。』相對論之理誠不反乎『非矛盾律，』而於『因果律』則不無忽略之處。德國學者對於相對論既分三派，故崇拜安斯坦的固多，而反對安斯坦的却亦不少。今見崇拜者過於恭維，遂引起反動。去年柏林方面曾開一個『救濟德國純粹科學大會』專用來反對安斯坦的。先期遍發通知，請了許多大學教授和博士，安斯坦亦是其中被請的一位。當開會攻擊的時候，安斯坦和他的女兒坐在最後一排椅子上，笑容可掬的，敬聽他們大罵。是日開會來賓甚多。首由費偷（Wehland）君演說，痛詆相對論是安斯坦的空想，而德國人尚有崇拜他的，可爲德國科學界前途一哭。費君並舉自己所著反對相對論之書籍，請到會者購閱，以便共闢邪說云云。其次德國著名物理學家格爾凱（Gehrcke）教授演說，則謂安斯坦之相對論出版後，曾自行修改數次，可見他自己都沒有把握。而且相對論之說，在一九零一年，已有匈牙利人發明，安斯坦實非首創者云云。再其次又有人拿自己曾經實驗的像片，以證明安斯坦學說之無稽。是日之會攻擊的雖很利害，但是安斯坦的態度仍是很安閒的。只是後來座中有兩位暴徒，大罵『我們非痛懲這位猶太人不可。』安斯坦始稍露不豫之色而去。

安斯坦本係柏林大學教授，因此頗抱不安，便有出國遠遊之

志。瑞士大學聞之，即拍電相邀。後來有幾位德國最著名的學者，在報上發表論文，痛詆當日開會情形，並極力安慰安斯坦幸勿介意。同時德國教育總長亦致函安斯坦勸其勿萌去志，並謂吾德科學界，全靠諸君維持云云。但是慰留者雖備極殷勤，而反對者却日趨激烈，安斯坦遂決計赴美一遊，暫避其鋒。

去年美國大學曾贈安斯坦以名譽大學教授的頭銜，對於安斯坦之傾慕，可想而知。今年安斯坦到美講演，備受歡迎。但是安斯坦由美到英，有一英人問他，『美國人懂得相對論的有多少？』安斯坦答道，『一個，也許兩個。』（事見倫敦的 The nation 週刊。）

安斯坦今年重返歐洲，經過倫敦，尤爲英國人士所推重。英人海爾打里 Lord Haldane 在歡迎安斯坦之開會詞中，曾謂吾人今日感謝德國之產生安斯坦，亦猶昔日德人感謝英國之產生奈端云云。安斯坦亦於是日參謁奈端之墓，一般人士傳爲佳話。

安斯坦關於相對論的著作，多在雜誌上發表，其成書的，據我們所知道的只有一本薄薄的通俗相對論。此外其他學者關於相對論之著作甚多，而且完善精美的亦頗不少。於此我們可見歐洲的大學者自己並不必多著文章，而在他方面又可見歐洲學者間之互助了。茲將安斯坦關於相對論之著作，抄錄如下：

（一）Zur Elektrodynamik bewegter Körper（見一九零五年物理學雜誌卷十七。）

（二）Yst die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig?（見一九零五年物理學雜誌卷十七。）

（三）Über den Einflusz der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes（見一九一一年物理學雜誌卷三十五。）

（四）Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie（見一九一六年物理學雜誌卷四十九。）

（五）Hamiltonsches Prinzip und allgemeine Relativitatstheorie（見一九一六年普魯士大學科學會之會議報告。）

（六）Kosmologische Betrachtumgen zur allgemeinen

Relativitätstheorie（見一九一七年普魯士大學科學會之會議報告）

（七）Spielen Gravitationsfelder im Aufban der materiellen Elementarteilchen eine wesentliche Rolle?（見一九一九年普魯士大學科學會之會議報告。）

（八）Über die spezielle und die allgemeine Relativitätheorie（此為安斯坦所著關於相對論之通俗單行本，已為夏元瑮君所譯，題為安斯坦相對論淺釋，見改造第三卷第八期。）

安斯坦於學術之外，並極留心社會問題。第一，一九一四年九十三個德國學者為德國辯護的宣言他未會簽名。第二，他曾同Prof Nicolai 與 Prof W. Forster草一主張公道的宣言而未果發表。第三，他在戰爭時曾與國內外同志為和平之運動。第四，巴黎龍爾比斯 Barbusse 等所組織之『光明社』Clarté 他亦已參加。第五，他今年赴美一部分是為猶太人在巴勒斯坦建設大學，籌備基金。

安斯坦人極溫和謙抑，沒有德國學者硬起腰桿，挺起胸口的樣子。故一般人都說他不像是在威廉皇帝陛下所養成之學者。讀者諸君不信，請看本刊所載安斯坦先生最近的像片，便知道了。

安斯坦現住柏林其地址如下。

Herrn Prof. A. Einstein

Haberlandstr. 5

Berlin W. 30

Deutschland

一九二一年九月二十二日自德國佛蘭克寄。

少年中國學會消息

（一）本會叢書合同訂立　本會各研究會叢書，今年可出版者約有十種，并有兩種已寄到上海，而出版處尚未確定。現由左君舜生與中華書局交涉，已將此項合同正式訂妥，合同精神頗着重出版迅速，印刷精良，茲將原文錄后，請各處會友注意。

少年中國學會
中華書局　訂立合同

第一條　少年中國學會，將所出各種叢書交中華書局印刷發

行，下文即稱學會為甲方，書局為乙方。

第二條 每售出書一部，甲方照定價提版稅百分之十五。

第三條 本叢書賣價，由乙方酌定之，再版時如訂數更動，賣價或有增損，當仍由乙方酌定。

第四條 本叢書每版印訂成後，由甲方在本書末頁加黏著作權證，以資稽核。

第五條 本叢書每種出版，由乙方贈甲方二十部，但此項贈書，不必加黏著作權證。

第六條 甲方版稅，由乙方按陽歷六月底十二月底照售出實數結算。

第七條 除第五條外，如查有未黏著作權證之書出售，乙方應負責任。

第八條 本叢書中如有插圖，一律用道林紙，否則用瑞典紙，或上等報紙，封面應用八十磅以上書面紙。

第九條 本叢書每種在十萬字以內者，應於稿到後三個月內出版，（如有特別事故遲延須通知甲方。）十萬字以外者，酌加日期，但稿到後不得擱置不印。

第十條 本叢書正文，及所附英法德等國文字，乙方應負校對之責。

第十一條 本合同有效期間，定為兩年，即民國十一年一月一日起，至十二年十二月底止，期滿如某方提議解約，應於三個月前通知他方，解約後所有存書版稅仍按第六條辦理。

少年中國學會代表左舜生

中華書局代表陸費伯鴻

中華民國十一年一月訂

（二）本會執行部通告一

會員諸君公鑒：本會所調查之志業表，業經印出，按照本會所知各地會員通信地點，分別寄去。誠恐諸君住址，有所變更，如有未收到者，乞逕函本處，說明通信地點，當即補寄。即祝健康！

（三）本會執行部通告二

敬啓者，本年大會，按照本會現行章程第五十九條之規定，及上年南京大會之決議，訂于本年七月一日在杭州舉行，特此通知：先生如能按期到會，乞即函知本執行部，以便預備，如不能到會，乞將應提議案或意見於六月十日以前函交本執行部，以

使轉交大會核議。至若有特別情形，開會延期時，當於會期四十日前通知，否則準於七月一日開會，請勿延誤爲荷！

(四)四川會員近況

王德熙　仍任川南師範校校長，本年三月，川南運動大會畢後，將隨同「廿五縣視學中學校長旅行參觀團」赴蘇浙京津一行，預定六月返川。

惲代英　仍任川南師範教務主任，去年寒假期內領導本校講演團（以教員六人學生廿四人組織）旅行隆昌，內江，自流井，富順，南溪，宜賓，江安，納溪，合江等縣往返一月，行近二千餘里，講演二十餘次，沿途攷查社會狀況，頃方返校。暑假擬旅行嘉定峨眉，成都灌縣青城。

周曉和　去秋迄冬，任川南師範英文教員兼級任，得高師母校助費赴法留學，現已回省，定期三月起程赴渝，在陽歷六月前，定到上海。

穆濟波　本年任川南師範教習。

盧作孚　由王德熙惲代英穆濟波周曉和彭雲生等介紹入會，本年仍主持川南教育，現所籌備者：建築圖書館（已成立一部）通俗講演所，陳列室，川南師範新校舍，聯合中學新校舍，女子聯合學校新校舍，巡迴講演指導員畢業服務事件，各屬校長視學第二次會議事件，出省旅行參觀團事件，運動會事件，教育月刊事件，印刷事件，公費派遣留學，資助已赴歐留學生年費等事件。

（以上均在四川瀘州者）

陳愚生　回川後仍任東川道署教育科事，瀘聯合中學成立，擬請其回任校長。

劉泗英　仍任重慶縣中，主持訓育。

張方谷　仍任川東師範校長。

彭雲生　仍在聯中與泗英共事，擬於本年出國赴德留學。

楊效春　正首途赴川，任重慶聯合中學教務。

（以上均在重慶者）

李小舫　仍肄業成都華西大學。

(五)各地會員消息

黃仲蘇　已由美國芝加哥大學轉學法國，暫時通信地址如下：

M. C. S. Hwang c/o M. Tcheou 11 ave. Buisson Bertrand, Montpellier. France.

沈君怡 現已抵德，通信地址如下:

Herrn Y. Shen,

Münchnerstr. 13. I. bei Feske,

Droskerf-A, Deutschland

余家菊 本月十九，乘法國郵船安得勒娜赴馬賽，先在法國小作勾留，然後赴英。信件暫由周太玄轉。

朱自清 本學期任浙江台州第六師範國文教員。

(六)新加入會員 金海觀 曹芻 (介紹人俟得有執行部報告再詳)

附錄

教育獨立議

蔡元培

蔡先生此文，登本年三月出版之新教育，文中主張教育與政黨，教會脫離關係，極關重要，特附錄於此，以備參考。

編者誌

教育是幫助被教育的人，給他能發展自己的能力，完成他的人格，於人類文化上能盡一分子的責任，不是把被教育的人造成一種特別器具，給抱有他種目的的人去應用的。所以教育事業，當完全交與教育家，保有獨立的資格，毫不受各派政黨或各派教會的影響。

教育是要個性與羣性平均發達的。政黨是要製造一種特別的羣性，抹殺個性。例如鼓勵人民親善某國，仇視某國；或用甲民族的文化，去同化乙民族；今日的政黨，往往有此等政策，若參入教育，便是大害。教育是求遠效的；政黨的政策是求近功的。中國古書說：『一年之計樹穀！十年之計樹木！百年之計樹人。』可見教育的成效，不是一時能達到的。政黨不能常握政權，往往不出數年，便要更迭。若把教育權也交與政黨；兩黨更迭的時候，教育方針，也要跟著改變；教育就沒有成效了。所以教育事業不可不超然於各派政黨以外。

教育是進步的：凡有學術，總是後勝於前；因爲後人憑著前人的成績，更加一番功夫，自然更進一步。教會是保守的：無論什麼樣尊重科學，一到聖經的成語，便絕對不許批評；便是加了一個限制。教育是公同的：英國的學生，可以讀阿拉伯人所作的文學，

印度的學生，可以用德國人所造的儀器；都沒有什麼界限。教會是差別的：基督教與回教不同；回教又與佛教不同。不但這樣，基督教裏面，天主教與耶穌教又不同。不但這樣，耶穌教裏面，又有長老會浸禮會美以美會……等等派別的不同。彼此誰與誰爲，永遠沒有定論。止好讓成年的人，自由選擇；所以各國憲法中，都有信仰自由一條。若是把教育權交與教會，便恐不能絕對自由。所以教育事業，不可不超然於各派教會以外。

但是什麼樣可以實行超然的教育呢？鄙人擬一個辦法如下：

分全國爲若干大學區，每區立一大學；凡中等以上各種專門學術，都可以設在大學裏面，一區以內的中小學校教育，與學校以外的社會教育，如通信教授，演講團，體育會，圖書館，博物院，音樂，演劇，影戲？…與其他成年教育，盲啞教育等等，都由大學辦理。

大學的事務，都由大學教授所組織的教育委員會主持。大學校長，也由委員會舉出。由各大學校長組織高等教育會議，辦理各大學區互相關係的事務。

教育部，專辦理高等教育會議所議決事務之有關係於中央政府者，及其他全國教育統計與報告等事，不得干涉各大學區事務。教育總長必經高等教育會議承認，不受政黨內閣更迭的影響。

大學中不必設神學科，但於哲學科中設宗教史，比較宗教學等。

各學校中，均不得有宣傳教義的課程；不得舉行祈禱式。

以傳教爲業的人，不必參與教育事業。

各區教育經費，都從本區中抽稅充用。較爲貧乏的區，經高等教育議會決後，得由中央政府撥國家稅補助。

（注）分大學區與大學兼辦中小學校的事，用法國制。

大學可包括各種專門學術，不必如法德等國，別設高等專門學校，用美國制。

大學兼任社會教育，用美國制。

大學校長由教授公舉，用德國制。

大學不設神學科，學校不得宣傳教義，與教士不得參與教育，均用法國制；瑞士亦已提議。

抽教育稅，用美國制。

高語罕先生編

廣州紀游

研究教育新制者，不可不看。
關心廣州市政者，不可不看。
以客觀的眼光觀察其市政，教育，社會之狀況而以日記的體裁寫出，俾留心國事者之參考。

每册定價
大洋五角

上海，亞東圖書館發行

璜李先生譯

法蘭西學術史略

（少年中國學會叢書）

此書是一九一四年，因爲舊金山賽會，巴黎大學校長請巴黎大學各教授分門編輯者。
內容分哲學羣學教育學三門。

每册定價
大洋三角

上海，亞東圖書館發行

本月刊第二卷全卷精裝一冊的：定價一元七角五分。平裝兩冊的：定價一元四角五分。存數不多，要買請快，遲便難得了。

少年世界第一卷全卷合裝本：洋裝一冊，一元八角；平裝二冊，一元五角；現存無多，購閱者請從速！

少年中國第三卷第七期

民國十一年二月一日發行

編輯者　少年中國學會

發行者　少年中國學會

印刷者　亞東圖書館

總發行所

上海五馬路棋盤街西首　亞東圖書館

英文通信處如下：

THE ORIENTAL BOOK COMPANY,
L 81-85 Canton Road,
Shanghai, China.

		每月一冊	全年十二冊
定價		一角二分	一元二角
郵費	國內	二分	二角
	國外 日本	與國內同	
	國外 其他	每冊六分	

（如遇特刊號價須另加）

少年中國學會

The Young China Association

本學會的宗旨:—

本科學的精神、爲社會的活動、以創造少年中國。”

Our Association dedicates itself to Social Services under the guidance of the Scientific Spirit, in order to realize our ideal of Creating a Young China.

本學會的信條:

(1)奮鬥 (2)實踐 (3)堅忍 (4)儉樸,